

## Cours de Physique

Pr. Henri BROCH

# *Mécanique des Fluides*



© H. Broch, "Gourous, sorciers et savants" 2006

*Hémisphère de Magdebourg, XVII<sup>e</sup> siècle ?...*

*... Non. Bol de moine Kung-fu Shaolin, XXI<sup>e</sup> siècle !*

**Licence "Sciences de la Vie", 1<sup>ère</sup> année**

# Cours de Mécanique des Fluides

## ----- STATIQUE DES FLUIDES -----

- Introduction: solide, liquide, gaz; qu'est-ce qu'un fluide ?
- Propriétés du fluide parfait en équilibre
- Théorème fondamental de la statique des fluides
- Applications-observations: surface libre; surface de séparation de liquides non miscibles; vases communicants; pression atmosphérique; variation avec l'altitude; transmission des pressions; paradoxe hydrostatique
- Théorème d'Archimède
- Applications-observations: mélange; plumes/Pb; ballons-sondes; iceberg,...
- Pression osmotique; phénomène d'osmose; évaluation; solutions diluées; sève; saccharose et NaCl

## ----- TENSION SUPERFICIELLE, CAPILLARITÉ -----

- Notion de tension superficielle
- Loi de Laplace
- Application-observations: bulles; force de rappel; extrémité de tube
- Angle de raccordement (trois phases en contact), ménisques
- Ascension et dépression capillaire (Loi de Jurin)
- Mesure des tensions superficielles
- Applications-observations: aiguille; gerris; basilic; flottation; lotus; surfactant pulmonaire
- Cohésion d'un liquide (montée de la sève dans les grands arbres)
- Situation idéalisée et "réalité"

## ----- DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS -----

- Conservation du débit.
- Equation de Bernoulli
- Applications-observations: orientation du tube
- Tube de Pitot
- Effet Venturi; trompe à eau; sténose vasculaire; martinet de Contes
- Force associée à la dissymétrie,
- Limites d'application (variation brusque de section)
- Extension aux cas des gaz

## ----- DYNAMIQUE DES FLUIDES VISQUEUX -----

- Viscosité: phénomène macroscopique i.e. résistance au mouvement, chute, sédimentation, Stokes; valeurs de viscosité; faibles / grandes vitesses
- Viscosité: phénomène microscopique, loi fondamentale des fluides visqueux
- Loi de Poiseuille, profil de vitesse
- Débit, vitesse moyenne
- Applications-observations: arrosage; transfusion sanguine,...
- Notion de régime turbulent et nombre de Reynolds

I  
N  
T  
É  
R  
I  
E  
U  
RS  
U  
R  
F  
A  
C  
EM  
O  
U  
V  
E  
M  
E  
N  
TF  
R  
O  
T  
T  
E  
M  
E  
N  
T

# STATIQUE DES FLUIDES

## SOLIDE... LIQUIDE... GAZ

...

**Solide et liquide:** états *condensés* de la matière i.e. relativement denses et de masses volumiques comparables (celles des liquides *en général* plus faibles que celles des solides, mais du même ordre de grandeur : 10% d'écart pour un corps donné).

**Etat gazeux:** complètement différent

...

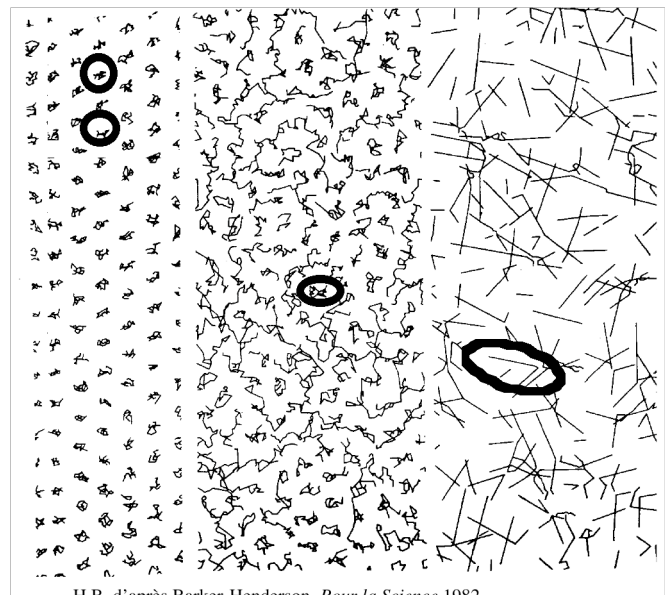
**Solide:** molécules astreintes à vibrer autour de positions moyennes fixes.

**Liquide ou gaz:** molécules libres de se déplacer au hasard.

**Seule coupure "franche"** entre 2 classes d'état :  
*structure ordonnée* (solides)  
*structure désordonnée* (liquides et gaz)

- Etat liquide: le désordre prédomine à longue distance.

- Gaz (c.n.): pratiquement *pas d'interaction* entre molécules



H.B. d'après Barker-Henderson, *Pour la Science* 1982

## Diagramme de phase d'une substance ordinaire

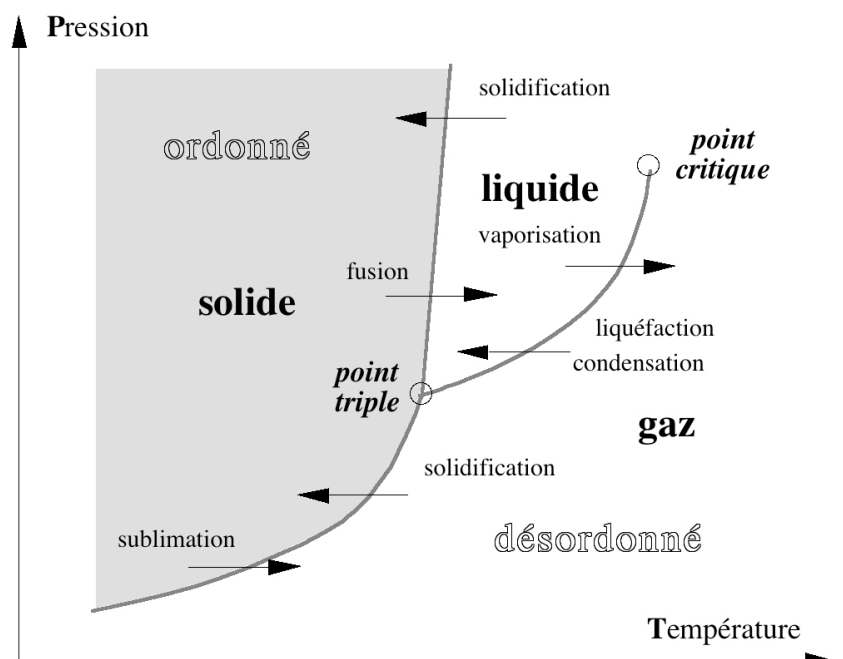
(Diagramme et classification schématiques)

...

...

Il existe des *états intermédiaires* :  
 verre\*, cristaux liquides (*phase nématique; phase cholestérique; phase smectique*),...

\* Le verre est tout de même macroscopiquement un "solide"...



H.B. sch. diagramme de phase

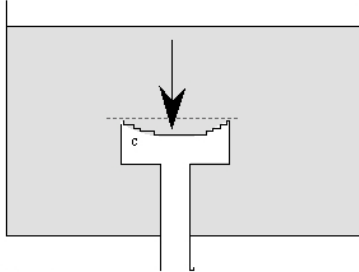
## Qu'est-ce qu'un fluide ?

Fluide parfait ou idéal : ...

Etat gazeux : pas de surface libre

(gaz parfait,  $PV = nRT$ )

Etat liquide : surface libre de séparation entre liquide et milieu ambiant



H.B. sch.pression

Un fluide est capable d'exercer une force sur un solide

Pression =  $\frac{\text{norme de la force pressante perpendiculaire}}{\text{surface sur laquelle elle s'exerce}}$

$$P = \frac{\|df\|}{dS}$$

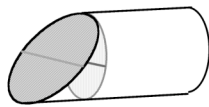
unité: le pascal (Pa) = 1 N.m<sup>-2</sup>

1 bar = 10<sup>5</sup> Pa

P<sub>0</sub> (en moyenne, niveau de la mer) = 1013 millibars

## PROPRIÉTÉS DU FLUIDE PARFAIT EN ÉQUILIBRE

Fluide en équilibre, masse volumique  $\rho$ , petit élément de volume cylindrique (limité par une surface imaginaire) de longueur  $dl$ , de section droite  $dS$ , terminé par  $dS1$  et  $dS2$  d'orientation quelconque.



$dS_i$  se découpe en petites bandes rectangulaires.

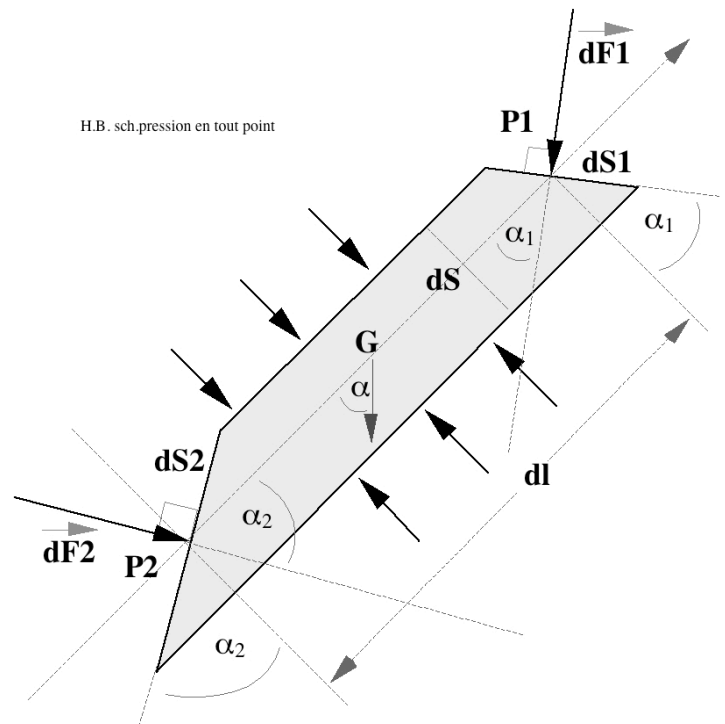
Projection sur axe  $\perp$  axe du cylindre, composantes de  $dF_2$  et  $dF_1$  compensées par les  $F_{\text{pression}}$  sur les parties de cylindre "supplémentaires" par rapport à la section droite.

...

...

$$\sum \vec{F}_{\text{latérales, perpendiculaires à l'axe}} = 0$$

...



**La pression en un point d'un fluide en équilibre est indépendante de l'orientation du disque qui sert à sa définition.**

Principe de Pascal : Si l'on ne tient pas compte du poids, la pression à l'intérieur d'un fluide est la même en tout point et dans toute direction.

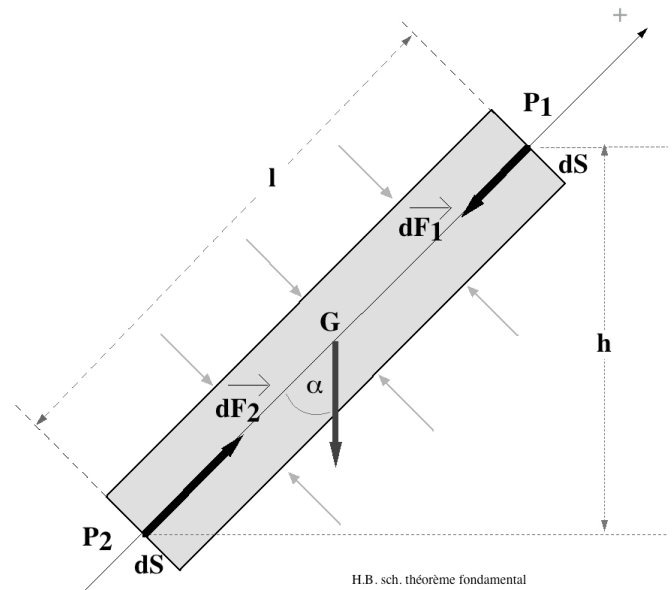
## THÉORÈME FONDAMENTAL

En tenant compte du poids (et en supposant le champ de pesanteur *uniforme et constant*):

...  
...  
...

*La différence de pression entre deux points quelconques d'un fluide en équilibre est égale au poids d'un cylindre de fluide de section unité et ayant pour hauteur la dénivellation entre les deux points.*

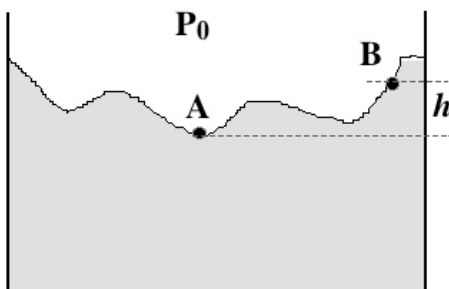
$\Delta P = \rho \cdot g \cdot h$



axe Oz vertical ascendant      $p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2)$   
 $dp = -\rho \cdot g \cdot dz$   
 (ou  $\text{grad } p = -\rho \cdot \vec{g}$ )

## APPLICATIONS

1) **surface libre d'un liquide** (dans un champ de pesanteur uniforme)



$$\Delta P = \rho gh = 0 \text{ d'où } h = 0$$

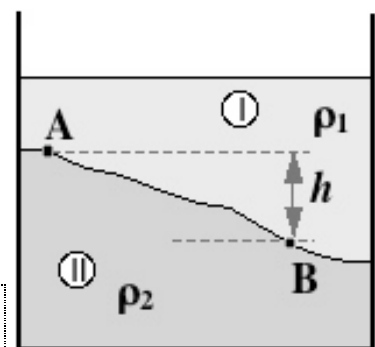
*La surface libre d'un liquide au repos est plane et horizontale*

2) **surface de séparation de deux liquides non miscibles**

dans le fluide I,      $P_B - P_A = \rho_1 gh$   
 dans le fluide II,      $P_B - P_A = \rho_2 gh$

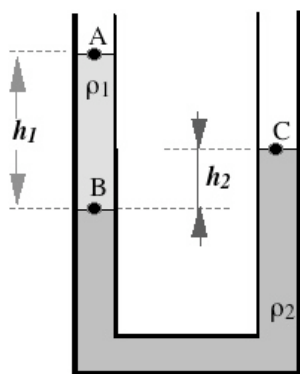
d'où  $\rho_1 gh = \rho_2 gh \implies gh(\rho_1 - \rho_2) = 0$   
 or  $g \neq 0$  et  $(\rho_1 - \rho_2) \neq 0 \implies h = 0$

*La surface de séparation de deux liquides non miscibles au repos est horizontale*



H.B. sch. deux liquides non miscibles

3) vases communicants contenant plusieurs liquides non miscibles :



$$P_B - P_A = \rho_1 g h_1 \qquad P_B - P_C = \rho_2 g h_2$$

$$\text{Or } P_A = P_C = P_0 \qquad \text{d'où } \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

Les dénivellations de deux liquides non miscibles dans des vases communicants sont en rapport inverse de leurs masses volumiques.

Si  $\rho_1 = \rho_2$  Un fluide est à la même hauteur dans deux vases communicants.

H. B. sch. tu be en U deu x Equilibes

4) mesure de la pression atmosphérique (Torricelli, ~ 1643)

...  
...

$$P_B - P_C = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h = P_B = P_A = P_0$$

$$\implies P_0 = 13.596(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}) \cdot 9,806(\text{m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot 0,76(\text{m})$$

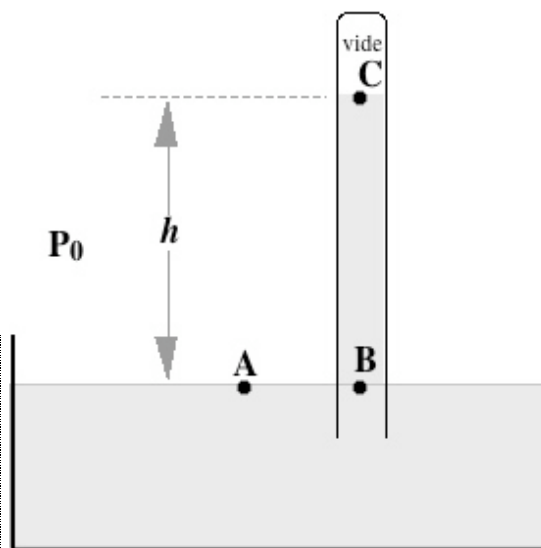
Hauteur de la colonne d'eau équivalente :

$$h_{\text{eau}} = h_{\text{Hg}} \cdot \rho_{\text{Hg}} / \rho_{\text{eau}} \implies h_{\text{eau}} = 10,33 \text{ m}$$

La pression atmosphérique (au niveau de la mer) vaut :

$$P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa (i.e. 1013 mbars)}$$

Soit 76 cm de mercure  
ou ~ 10 m d'eau  
ou ~ 1 kgf / cm<sup>2</sup>



H. B. sch. Torricelli

- verre plein renversé sur une feuille,...
- articulation de la hanche,...

Ci-dessous, deux cas concrets d'utilisation de l'équivalence "1 kgf/cm<sup>2</sup>" (avec une unité certes "prohibée" - le poids à Paris du "kg international" - mais beaucoup plus "parlante" au point de vue intensité) pour "mesurer" un ordre de grandeur.

(A l'exemple du physicien Otto von Guericke, bourgmestre de Magdebourg, Allemagne, qui en 1654 a fait la démonstration spectaculaire des effets de la pression avec deux hémisphères de cuivre et deux - astucieux ! - attelages de 8 chevaux)

--- a) Les secrets des moines Kung-fu Shaolins...

(cf. "Gourous, sorciers et savants", éd. O. Jacob 2006, page 139-155)

...

$$PV = nRT$$

variation de V  $\implies$  ...

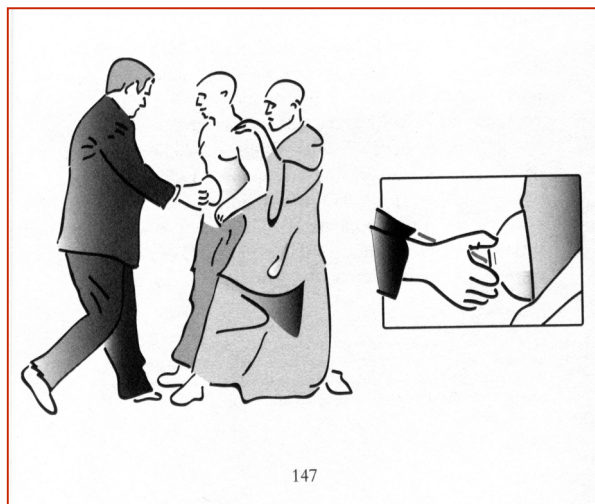
...

Surface = ...

...

Soit une composante horizontale de... plus de 100 kgf !

© H. Broch, "Gourous, sorciers et savants" 2006, p. 147



147

--- b) **Les pouvoirs de psychokinèse d'un "sujet-psi" sur portes et fenêtres...**

(cf. "Gourous, sorciers et savants", éd. O. Jacob 2006, page 50-56)

...

...  $PV = nRT = C^{te}$

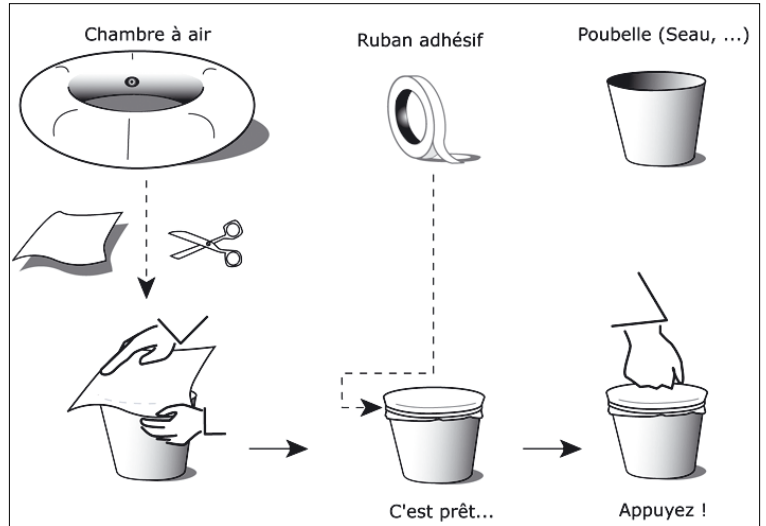
$\Delta V$  ....

$\implies \Delta V / V$  ...

$\implies \Delta P$  ...

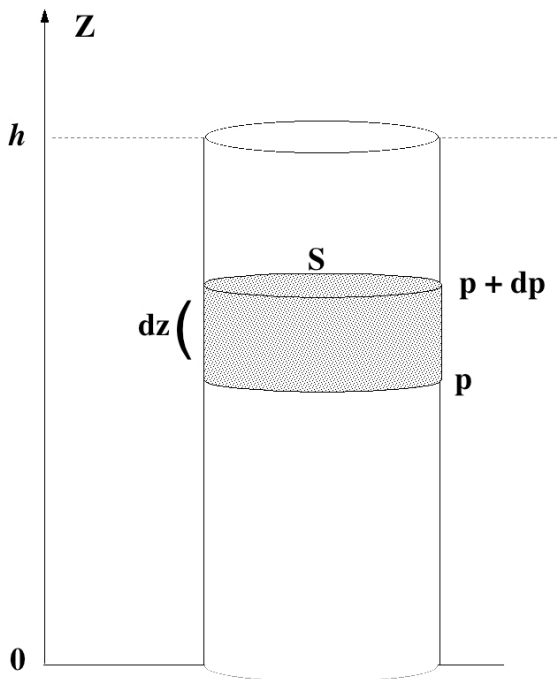
...

$\implies \sim 500 \text{ gf sur une porte !}$



La poubelle psychokinétique, © H. Broch, "Gourous, sorciers et savants" 2006, p. 54

**5) variation de la pression atmosphérique avec l'altitude (sur une grande hauteur)**



H.B. sch. variation P. / altitude

H) Cylindre,  $t^\circ$  constante ; air = gaz parfait.

$\implies PV = nRT$  (R = 8,314)

$p.S.dz = \frac{\rho.S.dz}{M_{molaire}}RT \implies p = \frac{\rho}{M_{mol}}RT$

Or  $dp = - \rho.g.dz$

D'où  $\frac{dp}{p} = \dots\dots$

$\implies \log p = \dots\dots$

*La variation (conditions isothermes et g constant) de la pression avec l'altitude s'écrit :  $p = p_0 e^{-\frac{M.g.h}{RT}}$*

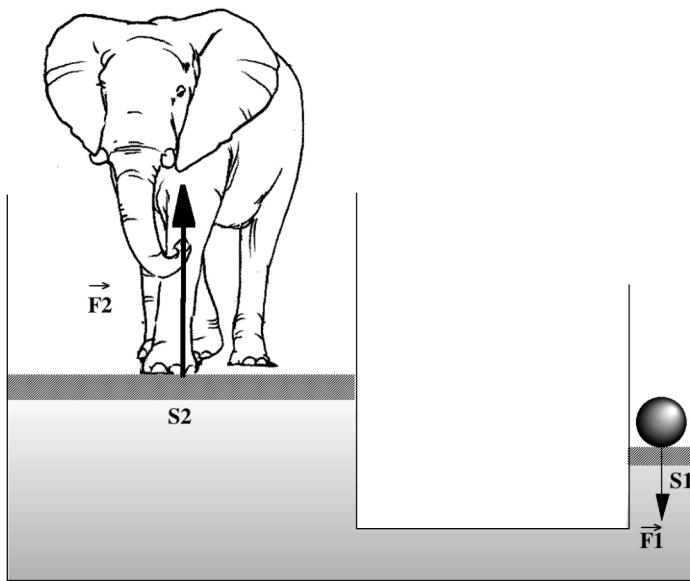
**6) Transmission des pressions (principe de Pascal)**

Points A et B fixes, fluide incompressible :  $P_B - P_A = \rho gh = C^{te}$

Si  $P_A \rightarrow P_A + dp$  invariance de  $(P_B - P_A) \implies P_B \rightarrow P_B + dp$

*Une variation de pression en un point d'un fluide incompressible est transmise intégralement en tout autre point*

- Presse hydraulique, ...
- Frein de voiture, ...



H.B. sch. presse hydraulique, frein...

...

Surpression  $p = F_1/S_1$  transmise en tout point

$$\implies F_2 = p \cdot S_2 = (F_1/S_1) \cdot S_2$$

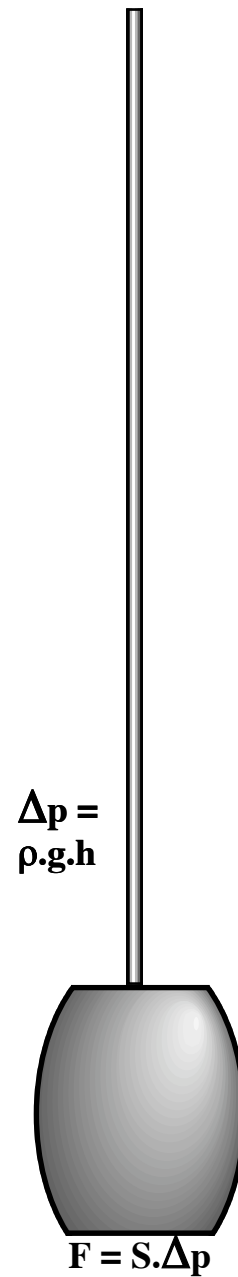
Or  $S_2 \gg S_1$

$$\implies F_2 \gg F_1$$

- Expérience du crève-tonneau de Pascal,...

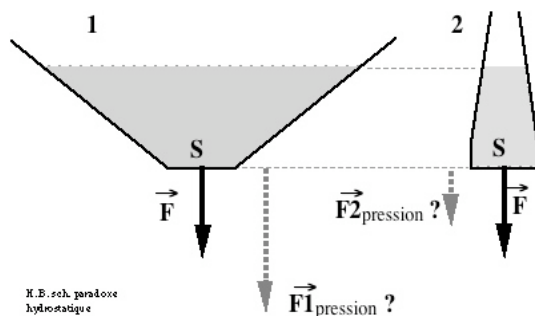
Tonneau, hauteur 1 m  
 Surface du fond 0,2 m<sup>2</sup>,  
 Mince tube de 9 mètres de haut

...



H.B. sch. tonneau Pascal

### 7) "Paradoxe" hydrostatique



H. B. sch. paradoxe hydrostatique

A surface de fond identique (et même hauteur de liquide), la force de pression exercée par un liquide sur le fond du récipient est *indépendante* de la forme du récipient.



# THÉORÈME D'ARCHIMÈDE

Parallélépipède rectangle immergé dans un fluide de masse volumique  $\rho_f$ .

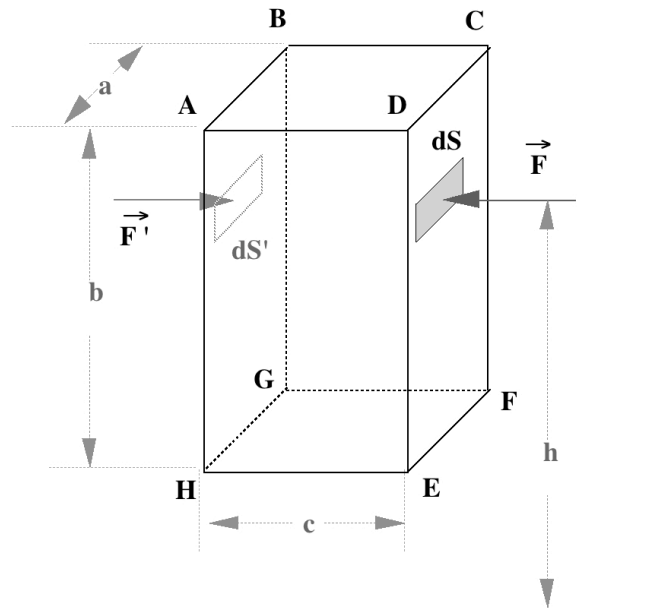
V: volume du parallélépipède (solide)

.../...

$$F = F_2 - F_1 = (P_2 - P_1) \cdot ac = \rho_f \cdot g \cdot b \cdot ac = \rho_f \cdot g \cdot V$$

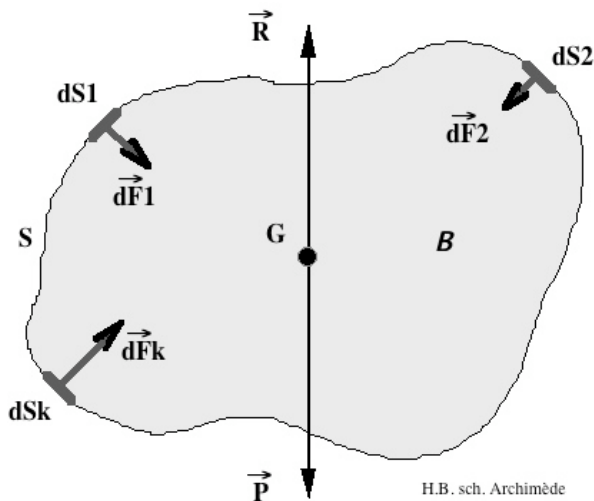
*Un corps solide complètement immergé dans un fluide subit de la part de celui-ci une poussée verticale dirigée de bas en haut et égale au poids du fluide déplacé.*

$$\pi_A = \rho_{\text{fluide}} \cdot g \cdot V_{\text{corps}}$$



H.B. sch. démo. th. Archimède

S: surface d'une boule virtuelle B tracée dans un fluide parfait en équilibre.



H.B. sch. Archimède

- Sur chaque surface  $dS_k$  s'exerce  $d\vec{F}_k$
- Résultante  $R = \sum_k d\vec{F}_k$  (s'applique au "centre de poussée")
- B en équilibre, donc R opposé à P.

Si B ne contient plus de fluide mais un solide de même bord S, les forces de pression demeurent les mêmes.

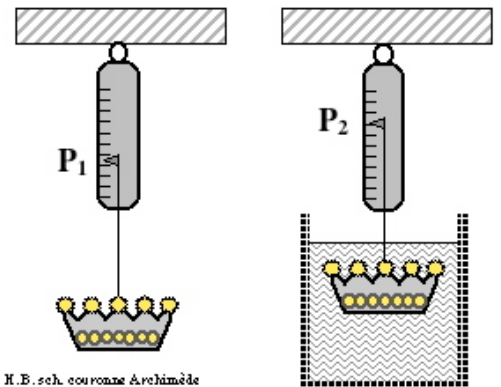
**Conclusion : Ce solide plongé dans le fluide subit la force R précédente correspondant au poids en fluide du volume occupé par le solide.**

Le théorème se généralise au cas d'un solide plongé dans un système de fluides en équilibre statique

## APPLICATIONS

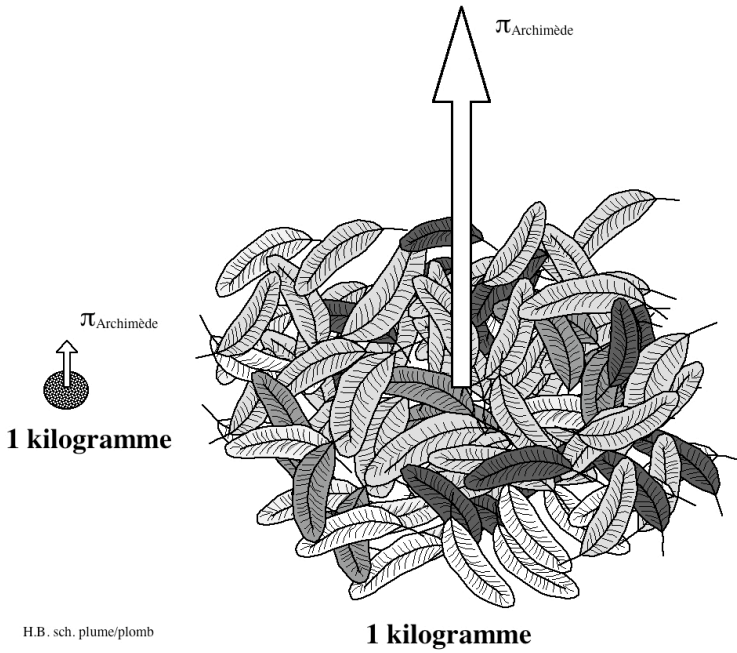
- La détection d'un mélange  
ou "l'orfèvre indéclicat"

.../...



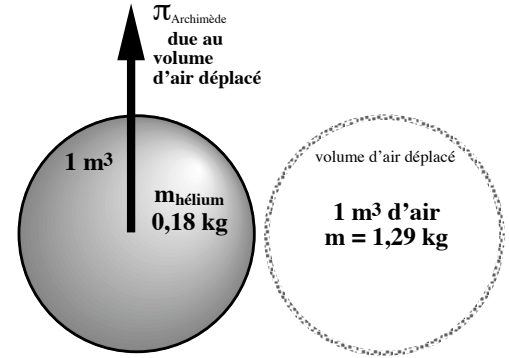
H. B. sch. couronne Archimède

**- Kilogramme de plumes, kilogramme de plomb**



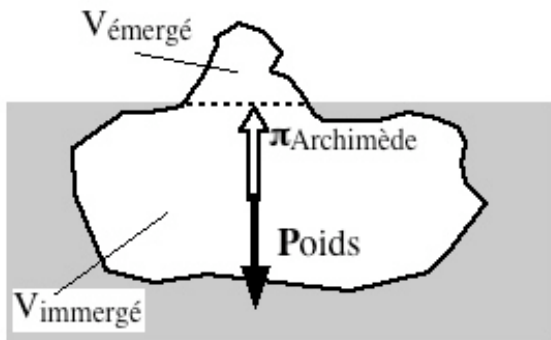
H.B. sch. plume/plomb

**- Ballons-sondes**



H.B. sch. ballon-sonde

**- Un iceberg flotte-t-il sur l'eau ?**



H.B. sch. iceberg

...  $V_{immergé} = (\rho_{glace}/\rho_{eau}) \cdot V = 0,89 V_{total}$

**PRESSION OSMOTIQUE**

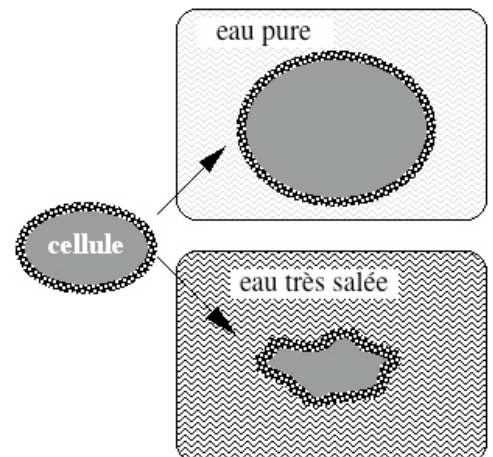
**Le phénomène d'osmose**

**Solutions diluées** : apparition du phénomène d'osmose dû à la *différence de concentration des deux côtés d'une membrane*.

Seules les molécules d'eau passent à travers la membrane, les ions  $Na^+$  et  $Cl^-$  sont arrêtés. Flux d'eau à travers la membrane s'arrête lorsque pressions d'eau intérieure et extérieure identique. **La pression osmotique est la différence de pression à l'équilibre, des deux côtés de la paroi semi-perméable.**

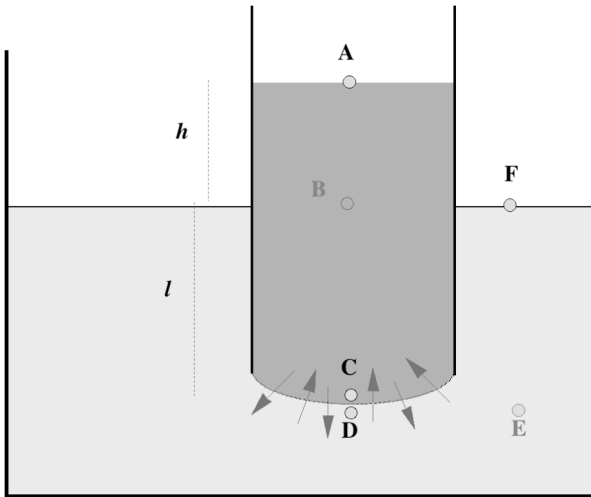
$$\pi = P_i - P_e = P_i(NaCl) - P_e(NaCl)$$

La dilatation ou la contraction de la cellule n'est pas due aux molécules d'eau mais uniquement aux molécules de NaCl.



Milieu hypertonique ...  
 cellule "plasmolysée"  
 En milieu hypotonique ...  
 cellule turgescente

### Evaluation de la pression osmotique



A l'équilibre: dénivelé h  
 $P(C) = P(A) + \rho_{sol} g (h + l)$   
 $P(D) = P(E) \quad P(E) = P(F) + \rho_{eau} g l$   
 $P(F) = P(A) = P_o$   
 $\pi = P(C) - P(D) \sim \rho_{sol} g h$   
 car solution diluée et l peut être rendu arbitrairement petit

**La pression osmotique a pour valeur**  
 $\pi = \rho_{solution} \cdot g \cdot h$

**Attention !** h différence de hauteur entre 2 surfaces libres de 2 milieux différents ( $\neq h$  entre deux points quelconques dans 1 seul et même fluide).

H.B. sch. pression osmotique

### Solutions diluées et gaz parfaits

Solutions diluées obéissent à loi analogue à celle des gaz parfaits.

#### Loi de Van t'Hoff

**La pression osmotique d'une solution diluée est égale à la pression d'un gaz composé de la substance dissoute qui occuperait le même volume, à la même température:  $\pi = cRT$  ou, avec n nombre de "moles" de soluté,  $\pi \cdot V = n \cdot R \cdot T$**

**Attention !** Dissociation du soluté. Nombre de molécules non dissociées + nombre d'ions positifs + nombre d'ions négatifs.

## APPLICATIONS

- **Montée de la sève dans les érables au printemps** ( $M_{mole} = 342 \text{ g} ; C = 29 \text{ moles.m}^{-3}$ )

$h \approx 7,2 \text{ m}$       C) ne suffit pas à expliquer totalement montée de sève dans les arbres

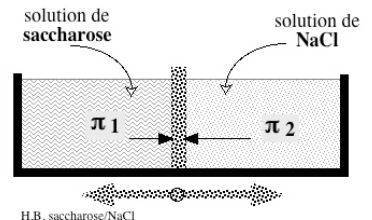
- **Une eau très salée ne désaltère pas...**

...

- **Saccharose et NaCl**

Une cuve de section carrée de 10 cm de côté et de capacité 10 l est séparée en 2 compartiments égaux par une cloison, perméable seulement à l'eau, pouvant être mobile et glisser sans frottement le long de la cuve.

- 1) La cloison étant d'abord maintenue fixe, on remplit un compartiment d'une solution aqueuse de saccharose à  $10 \text{ g.l}^{-1}$  et l'autre d'une solution aqueuse de NaCl (non dissocié) à  $20 \text{ g.l}^{-1}$ . Calculer la *pression osmotique* dans *chaque* compartiment, sachant que  $T = 300^\circ\text{K}$ .
- 2) La cloison étant ensuite laissée libre de se mouvoir, dans quel *sens* et de combien va-t-elle se déplacer ?



H.B. saccharose/NaCl

Masses molaires (en grammes) : saccharose = 342    chlore = 35,5    sodium = 23

1)  $\pi_{saccharose} = 75 \cdot 10^3 \text{ Pa} \sim 0,7 \text{ P}_0$        $\pi_{NaCl} = 853 \cdot 10^3 \text{ Pa} \sim 8,4 \text{ P}_0$       2) --> saccharose, 42 cm.

# TENSION SUPERFICIELLE, CAPILLARITÉ

## NOTIONS DE TENSION SUPERFICIELLE

Mise en défaut des lois de la statique des fluides :

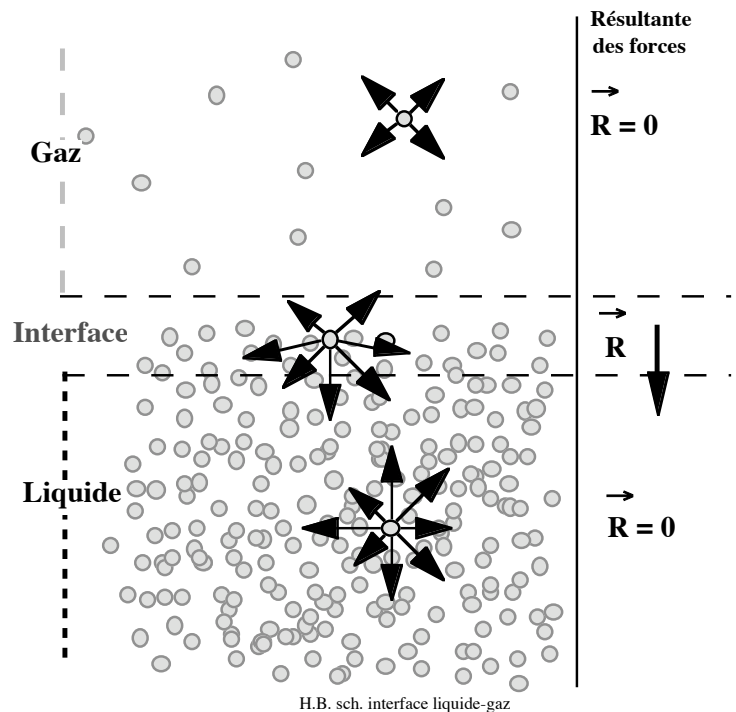
- ... gouttelettes...
- ... ménisques...
- ... ascension dans les tubes...
- ... insectes sur l'eau...

Phénomènes dus aux *interfaces* du type liquide-vapeur, liquide-solide et solide-vapeur.

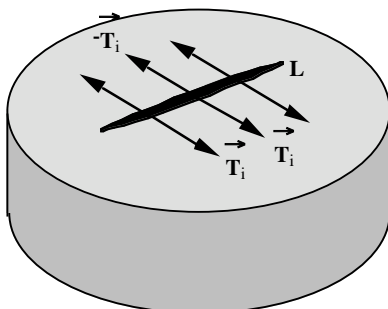
**Echelle macroscopique:** pas de mouvements d'ensemble du liquide.

**Echelle microscopique:** molécules situées à l'*interface*: subissent une force résultante dirigée vers le liquide

La couche superficielle d'un liquide est soumise à une force qui tend à *réduire* cette surface



H.B. sch. interface liquide-gaz



H.B. sch. tension superf.

Fente L de longueur l ; tractions T

$$\sigma = \frac{|T|}{l} = \text{tension superficielle (unité: N.m}^{-1}\text{)}$$

(ou idem J.m<sup>-2</sup> énergie par unité de surface)

**Un liquide avec une surface libre possède une énergie superficielle proportionnelle à l'aire de cette surface**

$$E_s = \sigma.S$$

$\sigma$  dépend de la nature du liquide, de l'interface et de la température.

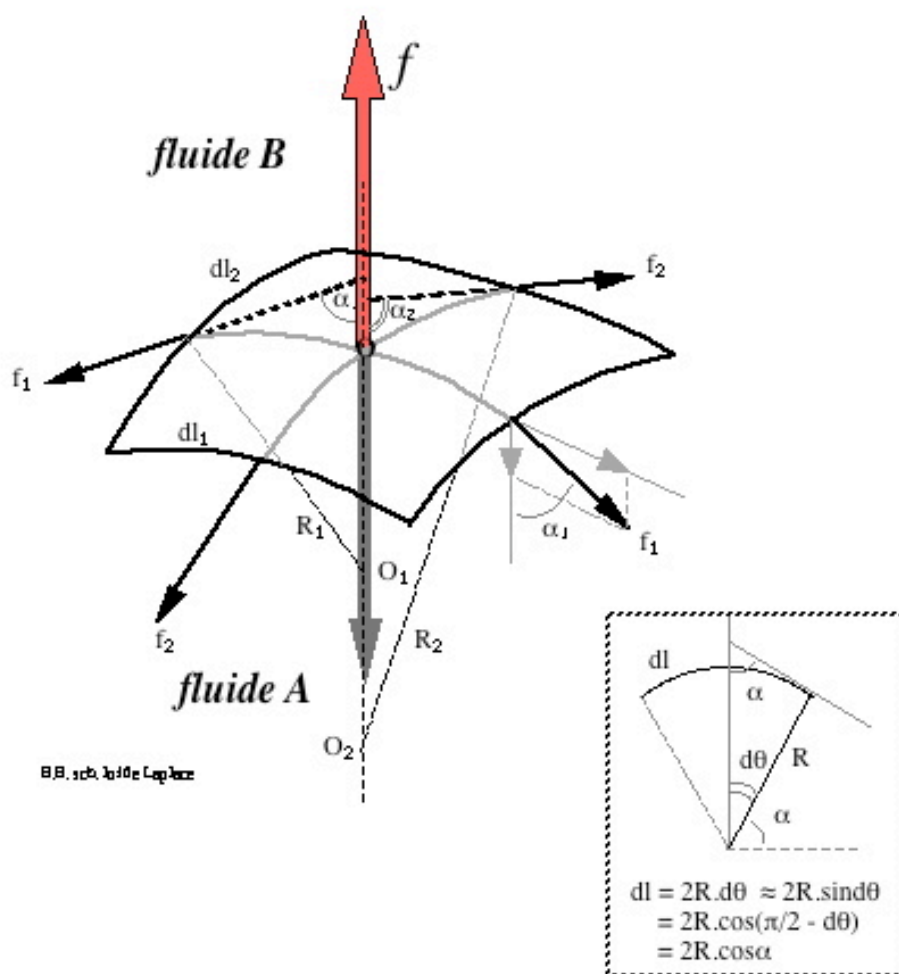
Valeurs / air :

Eau...  $\sigma(0^\circ\text{C}) \approx 7,6 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$   
 $\sigma(20^\circ\text{C}) \approx 7,3 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$   
 $\sigma(37^\circ\text{C}) \approx 7,0 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$

Plasma sanguin  $\sigma(37^\circ\text{C}) \approx 7,3 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$

Mercure  $\sigma(20^\circ\text{C}) \approx 43,6 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$

## LOI DE LAPLACE



Surface S (séparation fluide A / fluide B) limitée par côtés  $dl_1$  et  $dl_2$ , arcs de cercle de centre  $O_1$  et  $O_2$ , de rayon  $R_1$  et  $R_2$

En O existe donc une **force  $f$  contrebalançant la résultante verticale des forces de tension superficielle.**

$$\Delta p \cdot S = \Delta p \cdot dl_1 \cdot dl_2$$

$$f_1 = \sigma \cdot dl_2 \quad \text{et} \quad f_2 = \sigma \cdot dl_1$$

$$\Delta p = 2\sigma \frac{\cos \alpha_1}{dl_1} + 2\sigma \frac{\cos \alpha_2}{dl_2}$$

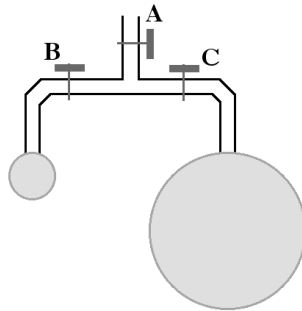
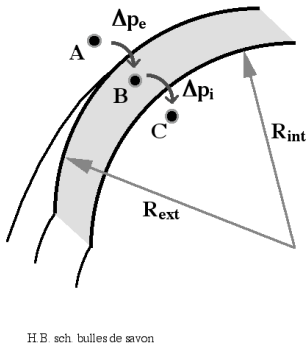
-- Loi de Laplace --

***A la traversée de la surface de séparation de deux fluides, la pression subit un accroissement, de la face convexe vers la face concave, égal à la tension superficielle de l'interface multipliée par la courbure moyenne :***

$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

# APPLICATIONS

## • Bulles de savon



$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_{ext.1}} + \frac{1}{R_{ext.2}} \right) + \sigma \left( \frac{1}{R_{int.1}} + \frac{1}{R_{int.2}} \right)$$

Si...

Si...

$$= \frac{4\sigma}{R}$$

.../...

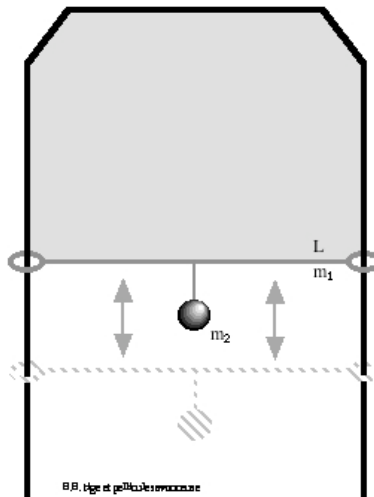
Où est la plus importante surpression ?

## • Pellicule savonneuse, force de rappel

...

...

La "force de rappel" des forces de tension superficielle n'est *pas* proportionnelle à l'allongement (l'analogie "feuille élastique" a des limites)



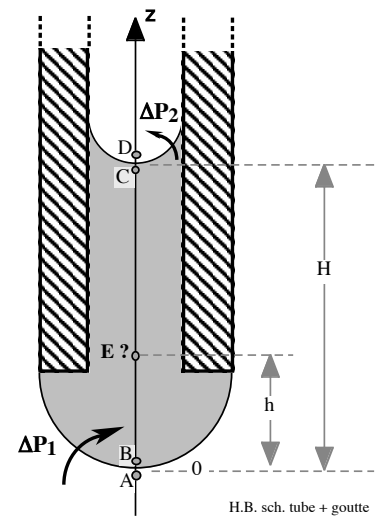
## • Extrémité de tube

Une goutte de liquide, masse volumique  $\rho$  et tension superficielle  $\sigma$ , est en équilibre à l'extrémité d'un tube capillaire vertical en verre. Les deux ménisques sont supposés hémisphériques, de rayons respectifs intérieur  $R$  et extérieur  $2R$ .

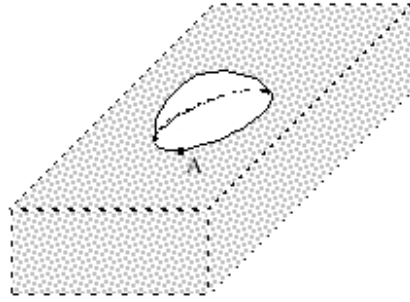
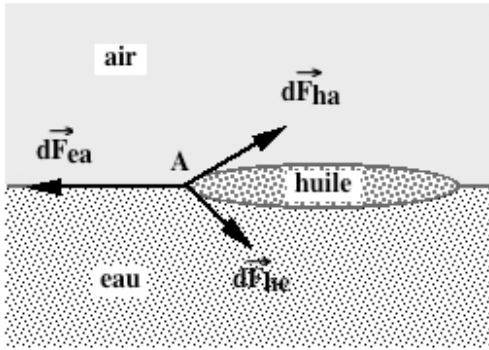
- 1) Déterminer  $H$ , distance séparant les deux ménisques suivant l'axe  $Oz$ .
- 2) Tracer la pression en fonction de  $z$  et déterminer la position  $h$  du point  $E$  dans la goutte qui est à la pression atmosphérique  $P_0$ .

$$1) \quad H = \frac{3\sigma}{\rho \cdot g \cdot R}$$

$$2) \quad h = \frac{\Delta P_1}{\rho \cdot g} = \frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot R} = \frac{1}{3} H$$



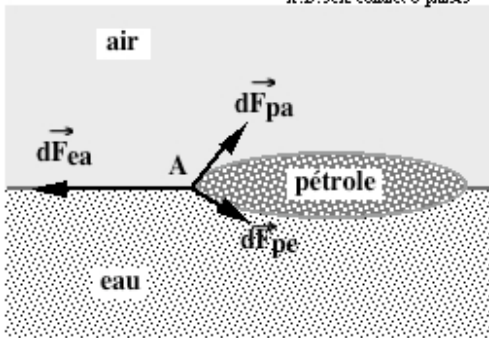
# ANGLE DE RACCORDEMENT, PHASES EN CONTACT



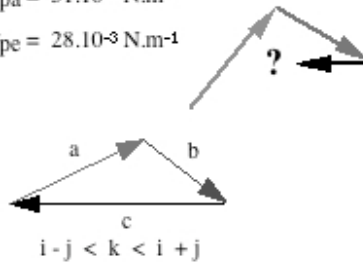
3 corps au contact :  
goutte d'huile sur de  
l'eau, au contact de l'air.

...

$$d\vec{F}_{ea} + d\vec{F}_{he} + d\vec{F}_{ha} = 0$$



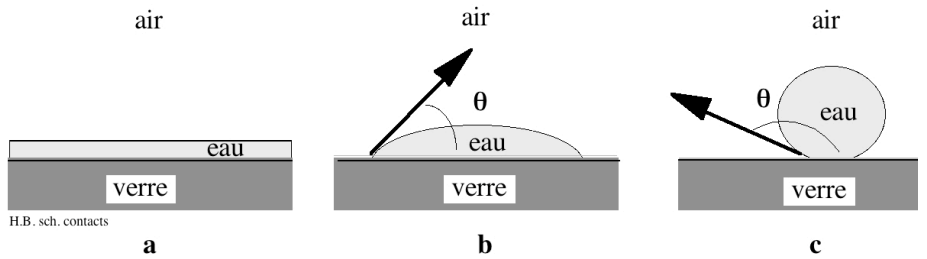
$$\begin{aligned} \sigma_{ea} &= 73 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1} \\ \sigma_{pa} &= 31 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1} \\ \sigma_{pe} &= 28 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1} \end{aligned}$$



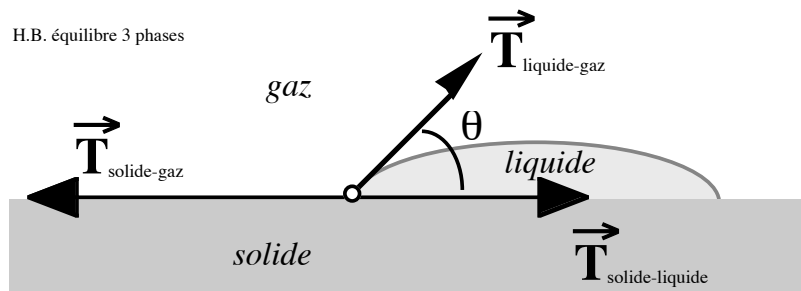
...

...

- a) verre parfaitement propre
- b) verre sale
- c) verre très sale



L'état de surface des diverses phases est *essentiel* dans la détermination des conditions d'équilibre.



...  
...

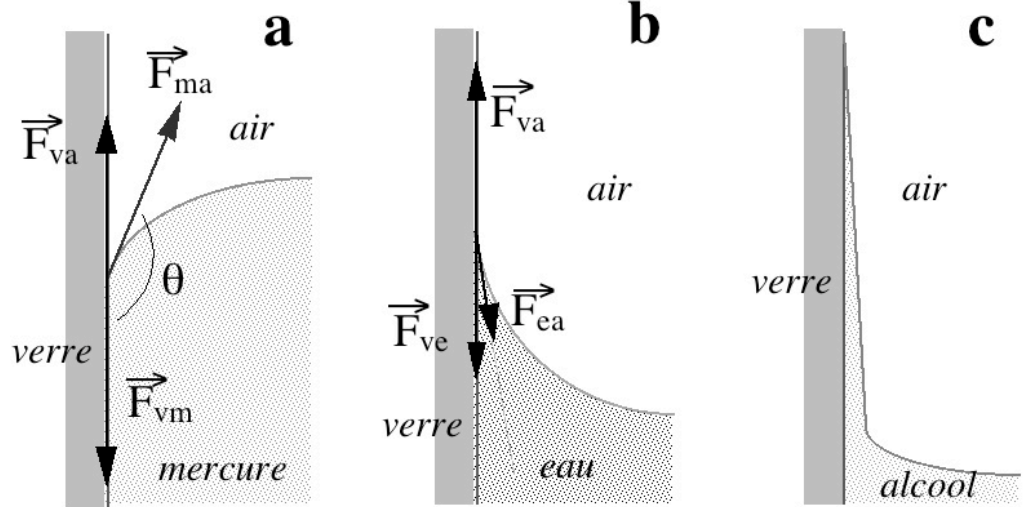
Condition d'équilibre de trois phases au contact :

$$|\sigma_{\text{liq.gaz}} \cdot \cos\theta + \sigma_{\text{sol.liq.}}| = \sigma_{\text{sol.gaz}}$$

# ASCENSION (OU DÉPRESSION) CAPILLAIRE

Surface *verticale* :  
phénomènes de tension  
interfaciale également.

...  
...  
...



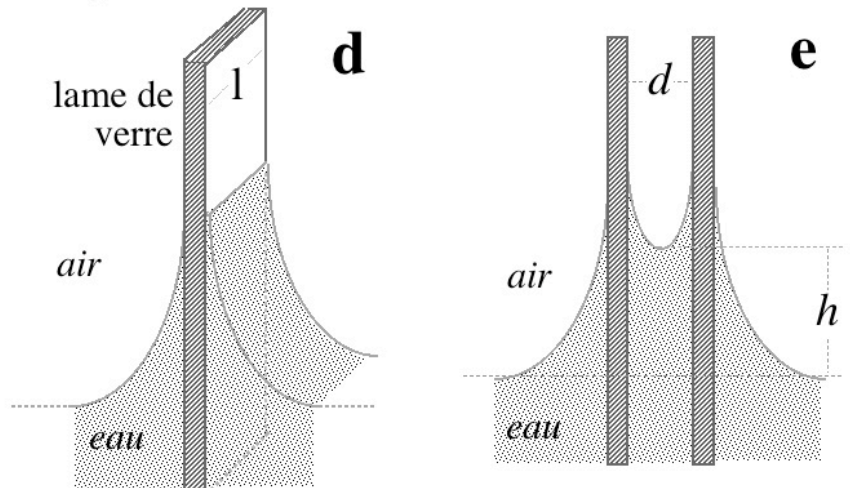
H.B. sch. mouillages

e) 2 lames à peu de  
distance

Les réactions aux forces  
de tension compensent  
le poids de liquide  
soulevé entre les deux  
plaques :

$$2\sigma \cdot l = \rho \cdot l \cdot d \cdot h \cdot g$$

$$\implies h = \frac{2\sigma}{\rho \cdot g \cdot d}$$



"Ascension capillaire"

Si les lames forment un *petit* angle dièdre :

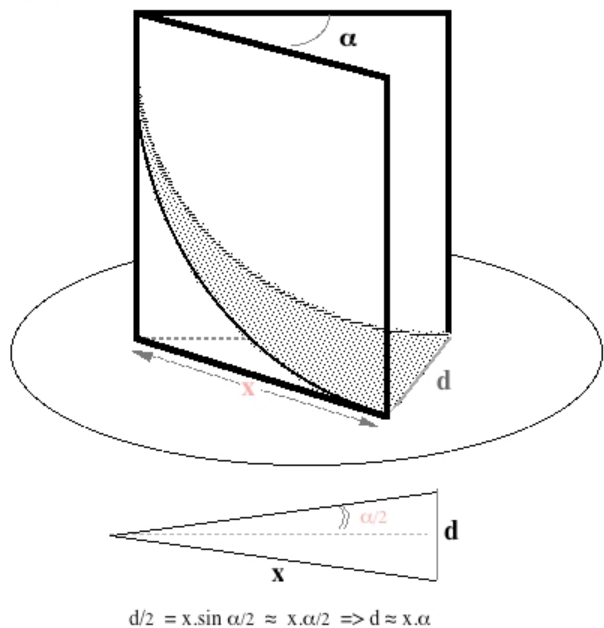
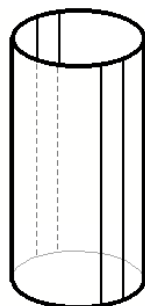
H.B. sch. dièdre d'eau

...  
...

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g \alpha x} \implies h = C \frac{1}{x}$$

**Tube :**

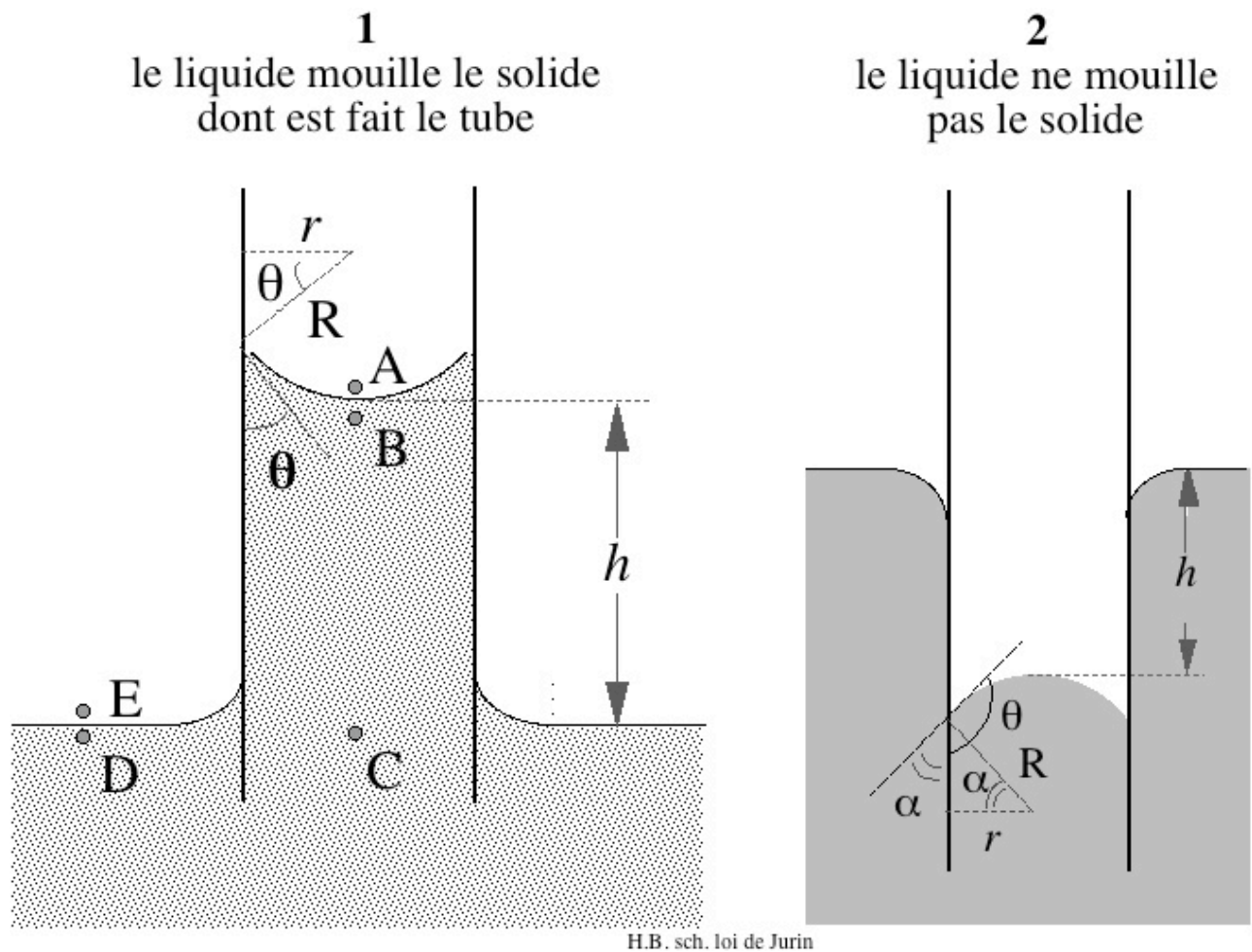
...  
...





# Capillarité, Loi de Jurin

Tube **fin** ; interface liquide-air assimilée à calotte sphérique



## $\theta$ aigu (figure 1)

loi de Laplace entre A et B

...

loi de Laplace entre D et E

...

principe fondamental de la statique entre B, C et D

...

## $\theta$ obtus (figure 2)    *Raisonnement identique* (attention au signe)

...

-- Loi de Jurin --

*Par capillarité, un liquide monte (ou descend) dans un tube fin (de rayon  $r$ , plongé verticalement dans le liquide) d'une hauteur :*

$$h = \frac{2\sigma \cdot \cos\theta}{\rho g r}$$

mouillage parfait :  $\theta = 0$     liquides  $\theta > \pi/2 \Rightarrow h < 0$  (dépression)

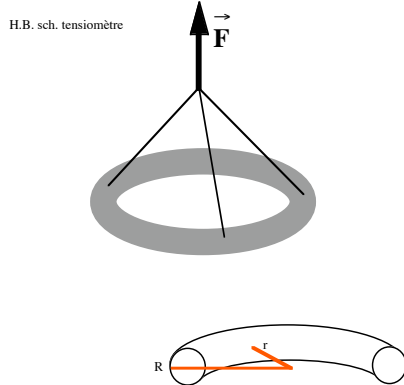
## MESURE DES TENSIONS SUPERFICIELLES

**Rupture d'équilibre** entre *poids* de la partie située sous le rétrécissement et *forces de tension superficielle* s'exerçant le long de ce rétrécissement :

$$T = \sigma \cdot 2\pi r = k \cdot 2\pi R \cdot \sigma$$

...

C) Toutes les gouttes formées par un compte-gouttes ont la même masse.

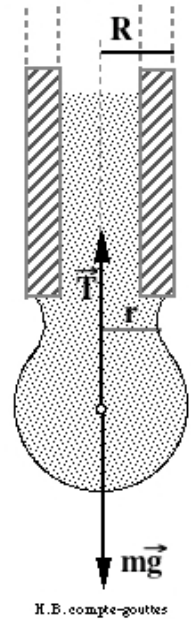


**Techniques de mesure :**

Stalagmométrie --->

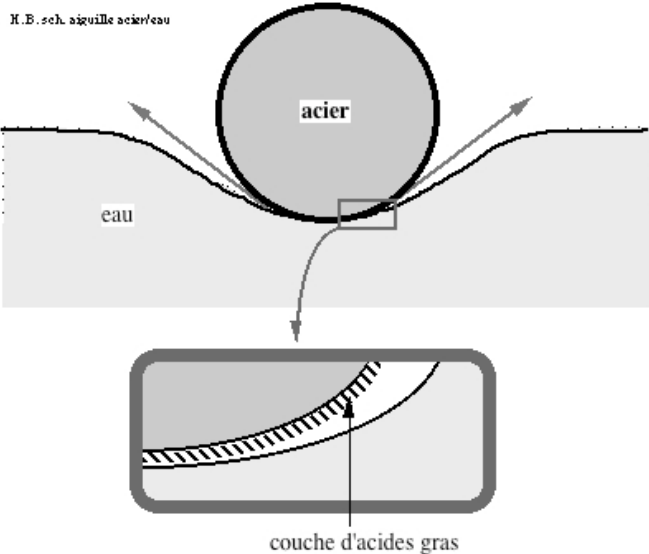
<--- Méthode "d'arrachement"

$$F = mg + 2\pi r \cdot \sigma + 2\pi R \cdot \sigma$$



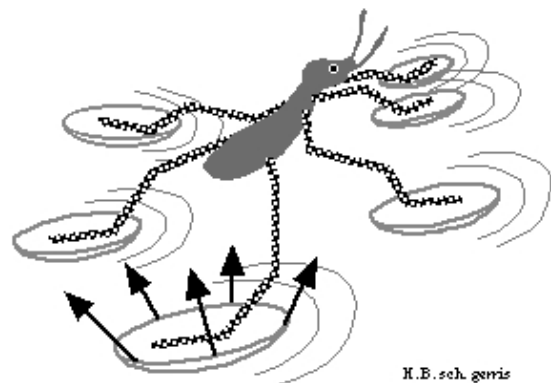
## APPLICATIONS

### - Aiguille d'acier sur l'eau



### - Araignée d'eau

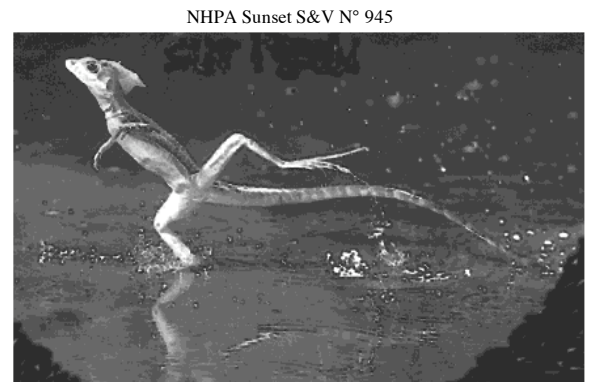
Un gerris peut se déplacer sur l'eau à  $\sim 1 \text{ m.s}^{-1}$



### - Et le Basilic qui court sur l'eau ?...

Le lézard basilic atteint 12 km/h mais sa "tenue" sur l'eau vient principalement de l'effet de rame de ses pattes postérieures + la minimisation des forces de "retenue" de l'eau via les cavités "d'air" (vapeur d'eau, gaz) qu'il crée (plus, à un moindre degré, des impulsions verticales résultant des "gifles" données par les pattes sur l'eau).

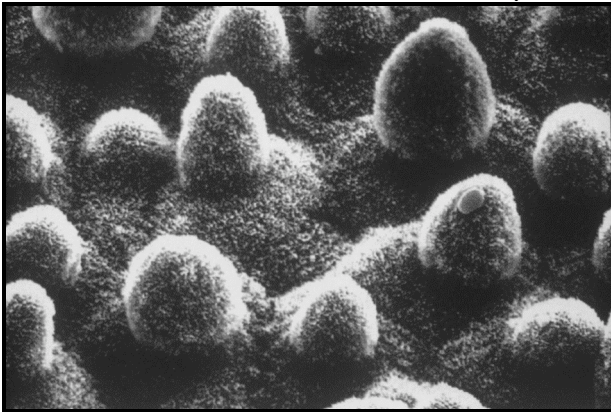
Les forces de tension superficielles n'interviennent quasiment pas (excepté peut-être pour la queue à des moments spécifiques de la course du basilic).



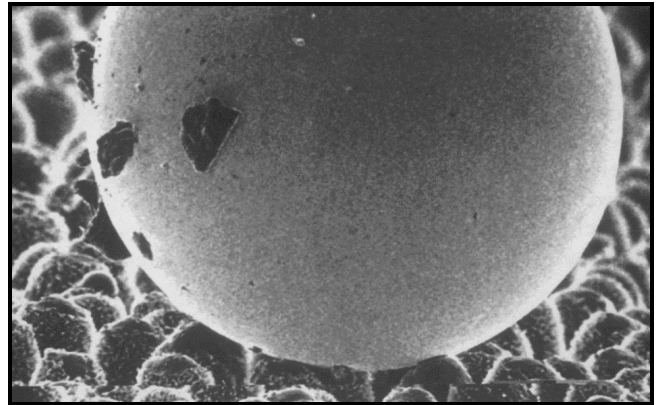
## - Fleur de lotus, eau boueuse et pureté...

(cf. également force électrique et effet Lotus in cours de *Méthodologie Scientifique*, 1<sup>er</sup> semestre)

H.C. Von Baeyer, "The sciences" (NY Acad. Sc.), janvier-février 2000



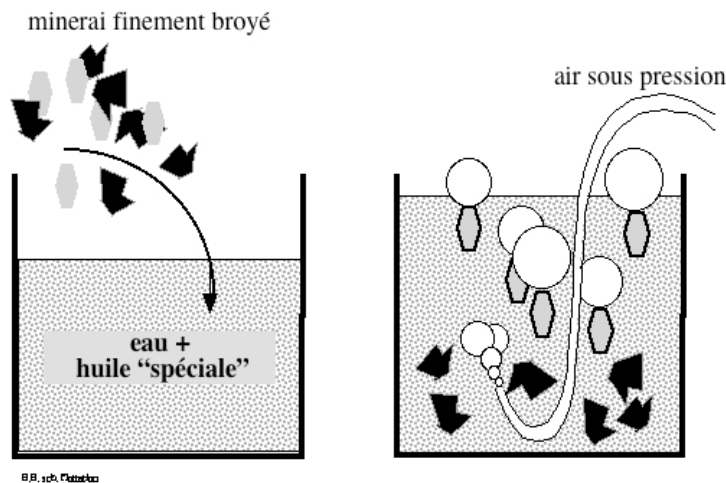
Surface de Lotus blanc, *Nelumbo nucifera* (x1200)



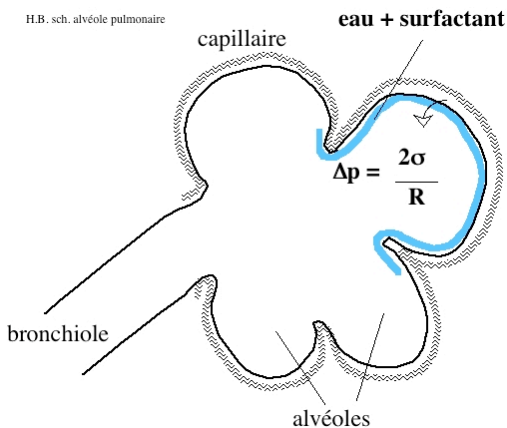
Goutte de mercure sur une feuille (x 470) : poussières ramassées !

peinture de façade "Lotusan", peinture de voiture,...

## - Enrichissement des minerais par flottation



## - Fonction respiratoire chez les êtres vivants, en milieu aérien



Homme: surface de peau  $\sim 2 \text{ m}^2$   
surface alvéoles ( $N > 10^8$ ) pulmonaires  $\sim 100 \text{ m}^2$

Paroi interne des alvéoles :  
"surfactant pulmonaire" fait varier  $\sigma$   
(entre  $5 \cdot 10^{-3}$  et  $45 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$ ).

Cette propriété de  $\sigma$  - limite la variation de surpression dans les alvéoles, - empêche les petites alvéoles de se vider dans les grandes, - réalise l'égalité de pression dans toutes les alvéoles pulmonaires pouvant ainsi fonctionner simultanément, - diminue le travail nécessaire au cycle respiratoire

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{eau-air } 37^\circ\text{C}} &= 70 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1} \\ < \sigma_{\text{(eau+surfactant)-air } 37^\circ\text{C}} > &= 25 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-1} \end{aligned}$$

# COHÉSION D'UN LIQUIDE

ou montée de la sève dans les grands arbres...

## - Pression atmosphérique

$P_0$  au niveau du sol et des racines superficielles peut faire monter la sève à:

$$h = \frac{\Delta P}{\rho \cdot g} \quad \text{max. } \sim 10 \text{ m}$$

## - Ascension capillaire

Tubes fins de xylème, rayon 20 à 200  $\mu\text{m}$ , permet élévation (avec  $\theta = 0^\circ$ ):

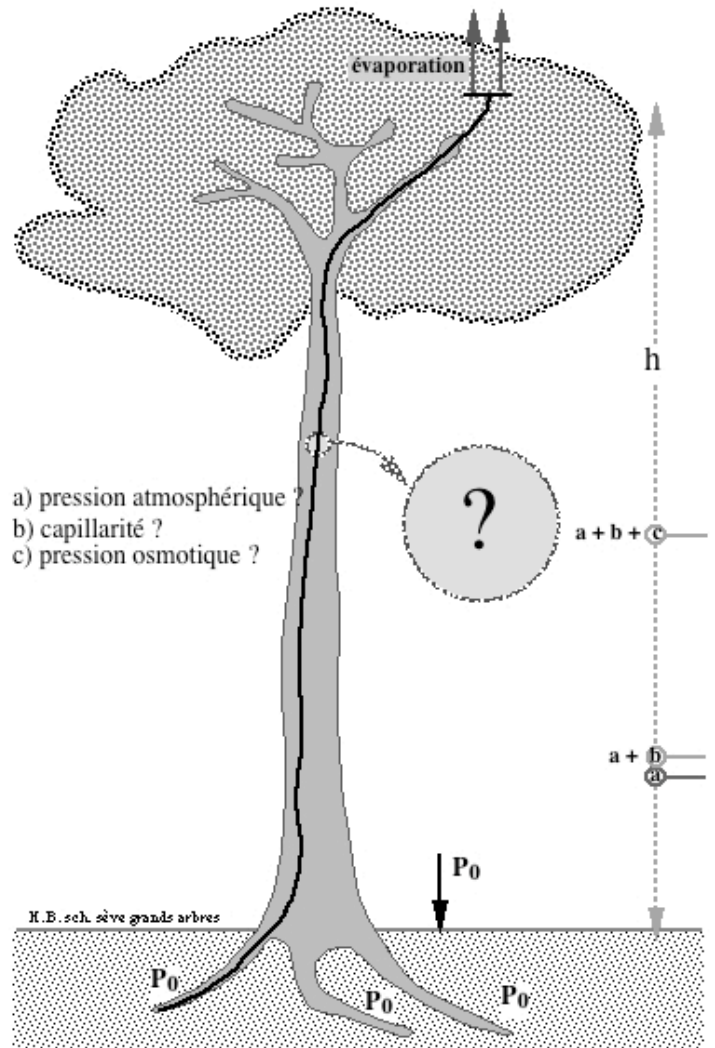
$$h = \frac{2\sigma}{\rho \cdot g \cdot r} \quad \text{max. } \sim 0,7 \text{ m}$$

## - Pression osmotique

Pour concentration en sucres élevée ( $\sim 20$  à  $30 \text{ g/l}$  avec  $M_{\text{mol.}} \sim 350$ )

$$h = \frac{c \cdot R \cdot T}{\rho \cdot g} \quad \text{max. } \sim 20 \text{ m}$$

$a + b + c \implies$  au mieux environ 30 m. Et pourtant des arbres de 50 m et plus poussent sans problème...



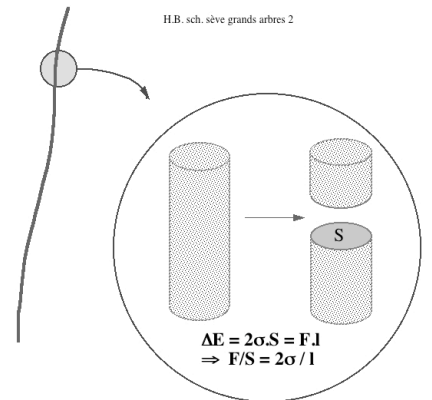
## Cohésion d'un liquide

Forces intermoléculaires ne s'exercent que sur distances très courtes,  $\approx$  dizaine de fois la taille des molécules.

H) sève = eau, force constante sur 2 nm :

$$\Delta W = 2\sigma \cdot S = F \cdot l \quad \text{d'où} \quad \frac{F}{S} = \frac{2\sigma}{l} = \frac{2.73 \cdot 10^{-3}}{2.10^{-9}} = 73 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

L'eau peut résister à des pressions négatives d'environ 700 fois la pression atmosphérique sans se fractionner.



L'évaporation au niveau des feuilles produit une aspiration de la sève qui se déplace "en bloc" du fait de sa *cohésion*.

La *cohésion* moléculaire explique pourquoi, contrairement à ce qui est souvent affirmé, un siphon fonctionne dans le vide.

## Situation "idéalisée" et "réalité"...

**Pesanteur** (essentielle pour les gouttes de liquide dans un gaz)

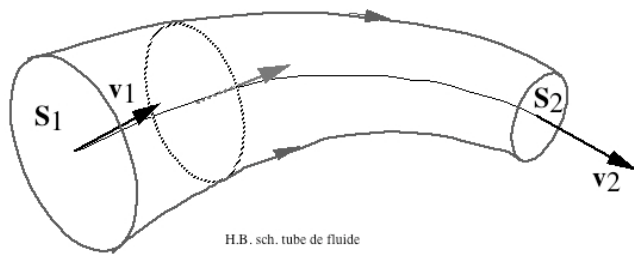
et **poussée d'Archimède** (essentielle pour les bulles de gaz dans un liquide)

s'ajoutent aux forces de tension superficielle ; d'où déformation des volumes considérés.

...

# DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS

## CONSERVATION DU DÉBIT



- Fluide parfait,
- Fluide incompressible,
- Régime permanent, stationnaire.

*Tube de courant* : engendré par les lignes de courant s'appuyant sur 2 surfaces fermées  $S_1$  et  $S_2$ .

...

**Dans un fluide parfait incompressible, le débit est conservé  $S \cdot v = C^{te}$**

## EQUATION DE BERNOULLI

Tout point de  $S_i$  à hauteur  $h_i$  et même vitesse  $v_i$ .  
Volumes  $AA'$  et  $BB'$  : même quantité  $\Delta m$  de matière.

Théorème de l'énergie cinétique :

"La variation d'énergie cinétique est égale au travail des forces extérieures appliquées au système"

...  
...

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{cin.}} &= \frac{1}{2} \Delta m (v_B^2 - v_A^2) = W_{f,\text{ext.}} \\ &= W_{\text{poids}} + W_{f,\text{pression}} \end{aligned}$$

$$W_{\text{poids}} = \Delta m \cdot (-g) \cdot (h_B - h_A) = \Delta m \cdot g \cdot (h_A - h_B)$$

$$W_{f,\text{press.}} = F_A \cdot l_A - F_B \cdot l_B = p_A \cdot \Delta V - p_B \cdot \Delta V$$

.../...

$$\frac{1}{2} \Delta m \cdot v_A^2 + \Delta m \cdot g \cdot h_A + p_A \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \Delta m \cdot v_B^2 + \Delta m \cdot g \cdot h_B + p_B \cdot \Delta V$$

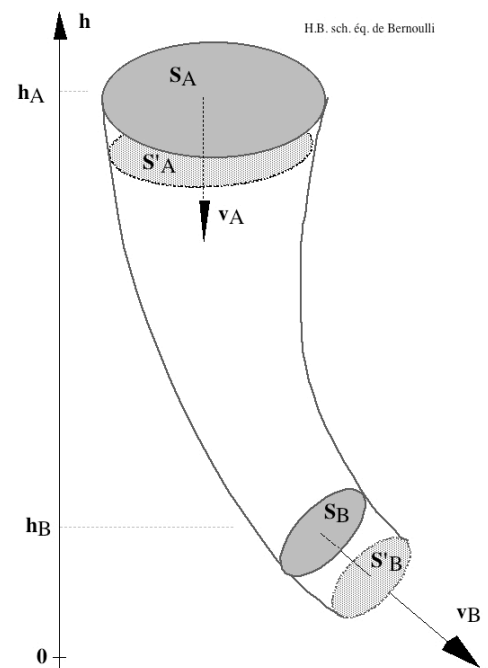
Quantité  $(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p)$  identique en 2 points A et B choisis de façon *quelconque* ; donc...

**En tout point d'une ligne de courant :  $\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h + p = C^{te}$**

*Conservation de l'énergie par unité de volume*

$$v = 0 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h + p = C^{te} \Rightarrow p_1 - p_2 = \rho \cdot g \cdot h_2 - \rho \cdot g \cdot h_1 = \rho \cdot g (h_2 - h_1)$$

i.e.  **$dp = -\rho \cdot g \cdot dh$**  (principe fondamental de la statique des fluides)



# APPLICATIONS

## --- Orientation de l'ouverture du tube

Vitesse =  $f(p, h, g, \rho)$

⇒ détermination possible via la mesure de la pression.

$v_{A'} = v$  (vitesse générale)

$v_B = 0$

...

...

éq. de Bernoulli applicable le long d'une ligne de courant.

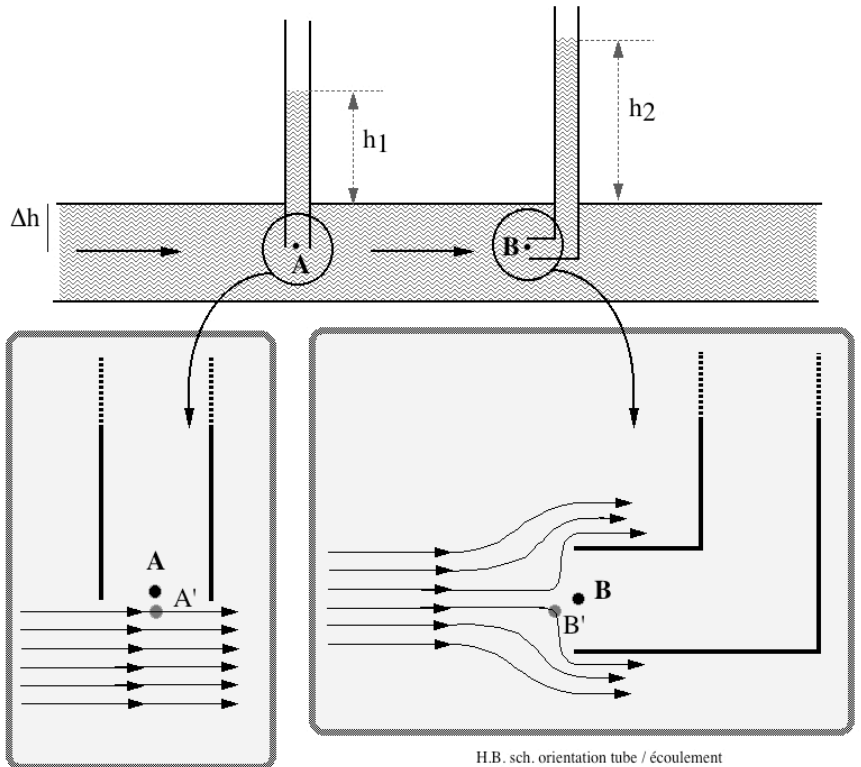
Or en B, fluide immobile, aucune ligne de courant ne passe.

B', voisinage immédiat de B ; pression sans discontinuité brutale en B

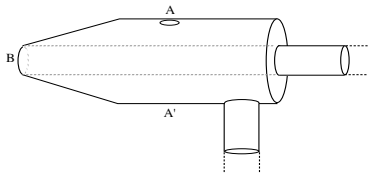
⇒ éq. de Bernoulli entre A et B (en toute rigueur entre A' et B').

...

$$\Rightarrow v = \sqrt{2g \cdot (h_2 - h_1)}$$

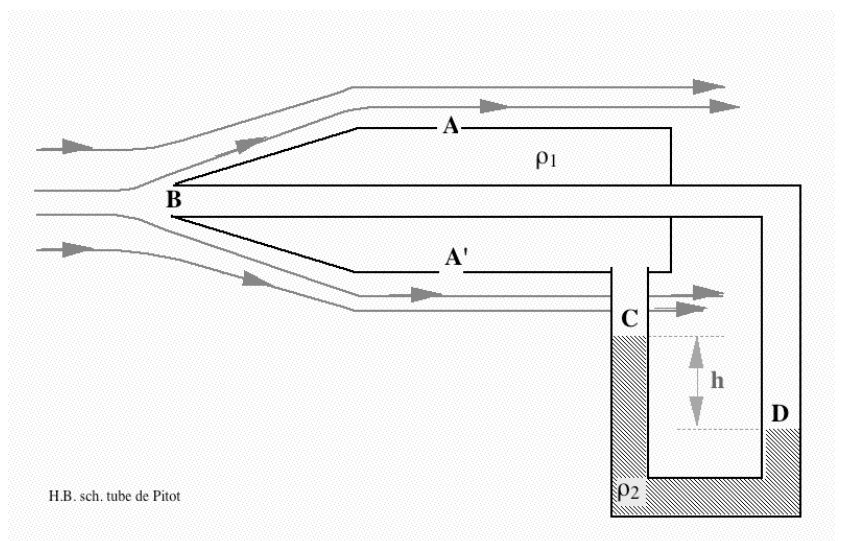


## --- Tube de Pitot



$V_B$  nulle

Surpression donne dénivellation  
 $h_C - h_D = h$  dans le manomètre



### Résolution caractéristique via l'exemple du tube de Pitot

Points initial et final identiques (B et A) mais via deux chemins 1) et 2) différents

--- **1) Dynamique (Bernoulli)**

$$\frac{1}{2}\rho_1 \cdot v_A^2 + \rho_1 \cdot g \cdot h_A + p_A = \rho_1 \cdot g \cdot h_B + p_B$$

$$\Rightarrow p_B - p_A = \frac{1}{2}\rho_1 \cdot v_A^2 + \rho_1 \cdot g \cdot h_A - \rho_1 \cdot g \cdot h_B = \frac{1}{2}\rho_1 \cdot v_A^2 + \rho_1 \cdot g \cdot (h_A - h_B) \quad (1)$$

--- **2) Statique (th. fondamental ou Bernoulli avec v = 0)**

$$p_B - p_A = p_B - p_D + p_D - p_C + p_C - p_A$$

$$= \rho_1 \cdot g \cdot (h_D - h_B) + \rho_2 \cdot g \cdot (h_C - h_D) + \rho_1 \cdot g \cdot (h_A - h_C)$$

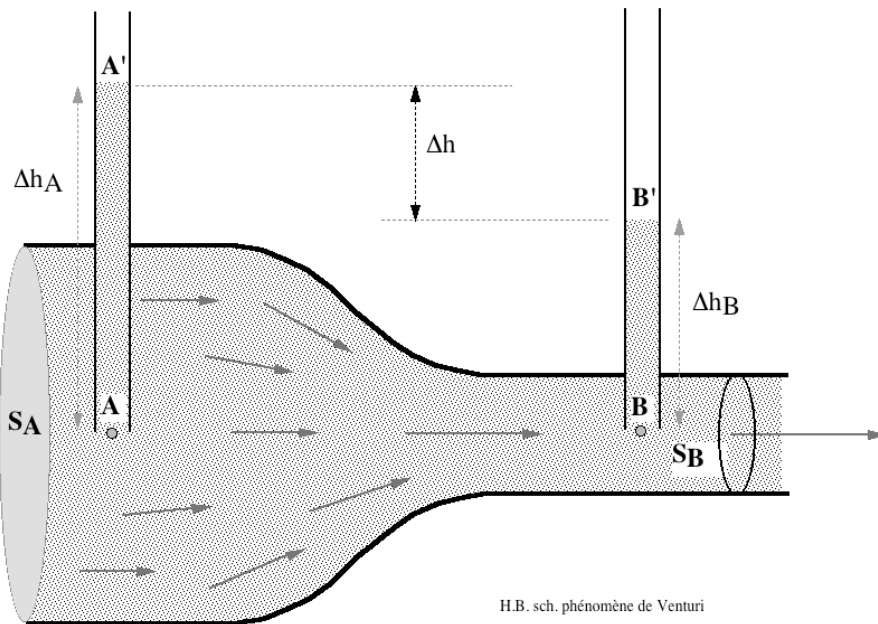
$$= \rho_1 \cdot g \cdot (h_D - h_B + h_A - h_C) + \rho_2 \cdot g \cdot (h_C - h_D) \quad (2)$$

Or (1) = (2)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho_1 \cdot v_A^2 = \rho_1 \cdot g \cdot (h_D - h_C) + \rho_2 \cdot g \cdot (h_C - h_D) = -\rho_1 \cdot g \cdot h + \rho_2 \cdot g \cdot h = g \cdot h \cdot (\rho_2 - \rho_1)$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{2gh \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}} \quad \text{Si } \rho_2 \gg \rho_1 \text{ (liquide 2 choisi en conséquence) } v = \sqrt{2gh \frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

--- **Effet Venturi**



Changement de section du tube.

Equation de continuité  
 $S \cdot v = C^{te}$   
 $\Rightarrow v$  varie

$\Rightarrow$  pour A et B sur un même plan horizontal,  
 $P_A \neq P_B$

.../...

.../

$$p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 \left( \left[ \frac{S_A}{S_B} \right]^2 - 1 \right) > 0$$

$$p_A - p_B = \rho \cdot g \cdot (\Delta h_A - \Delta h_B) = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Mnémotechnique : file d'attente au restaurant universitaire. Etudiants *compressés* dans la partie large à *écoulement faible* puis étudiants "*à l'aise*" dans la partie étroite à *écoulement plus rapide*.

Effet Venturi, base d'un grand nombre d'applications pratiques ;  
compréhension de nombreux phénomènes,...

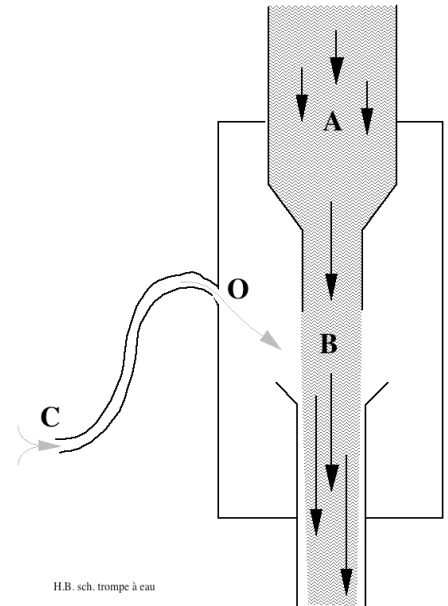
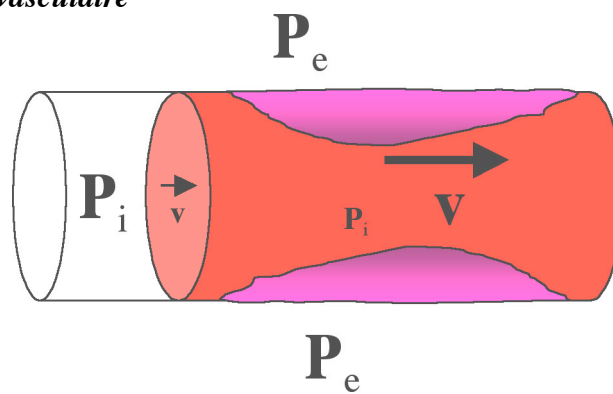
--- **Trompe à eau**

.../...

--- **Carburateur, vaporisateur,...**

.../...

--- **Phénomène de sténose vasculaire**



H.B. sch. trompe à eau

--- **Une application peu banale visible dans les A.-M. : le Martinet de Contes**

Forge d'origine médiévale encore en activité.

Le système d'alimentation en air du feu de cette forge ne fait appel à aucun soufflet ; il repose sur... une trompe à eau !

Conservation du débit  
Effet Venturi

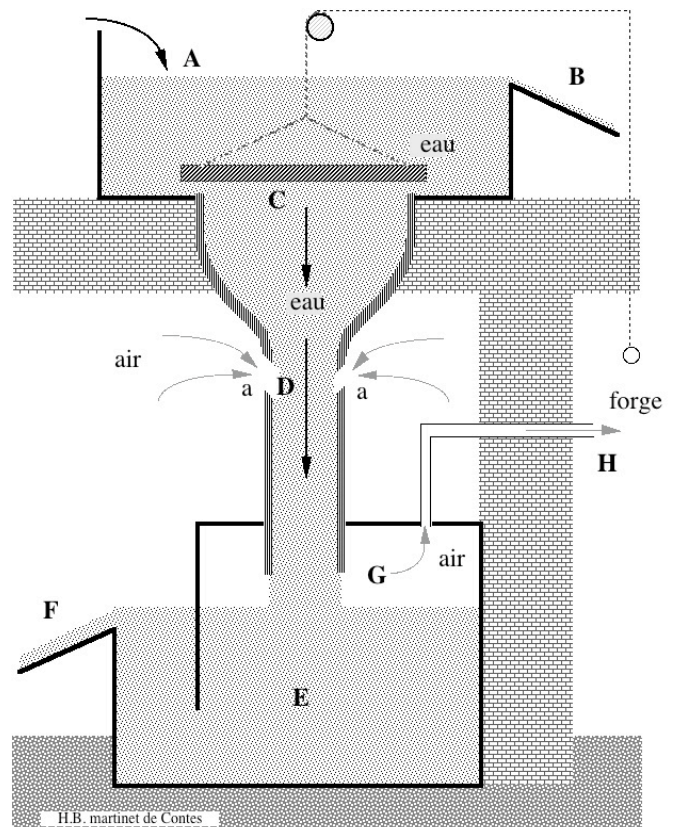
...

$$\rho \cdot g \cdot h_A + P_0 = (1/2)\rho \cdot v_D^2 + \rho \cdot g \cdot h_D + p_D$$

...

Dépression au point D = ...

...



H.B. martinet de Contes



## Force associée à une dissymétrie : balle avec effet,...

Mouvement a)

décomposé en

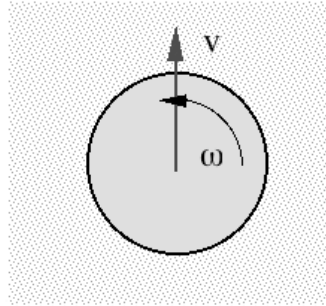
- b) translation
- et
- c) rotation

(d = cas complet = b + c)

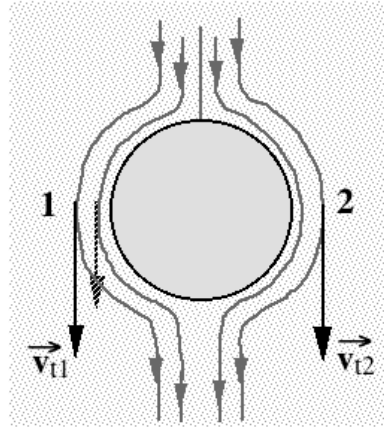
N.B.: c nécessite un frottement

...  
...  
...  
...

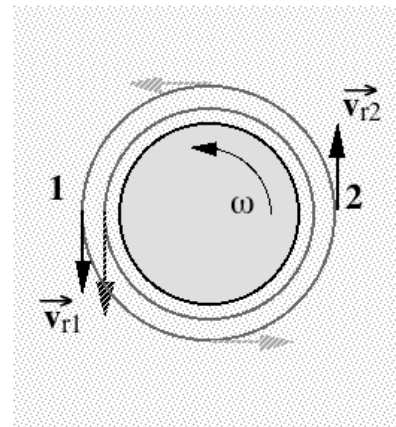
a)



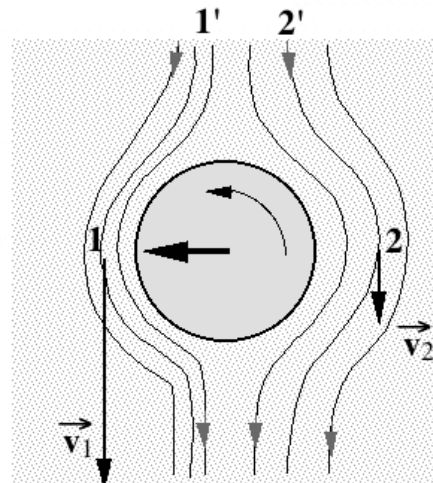
b)



c)



d)



H.B. sch. balle avec effet

*Il existe une force associée à une dissymétrie des lignes de courant d'un fluide autour d'un objet.*

Force obtenue par

- **rotation** de l'objet (bateau à "voiles" cylindriques tournantes), OU
- **modelage** précis et **orientation** ("angle d'attaque") dans le fluide de déplacement (aile d'avion, aileron de voiture,...)

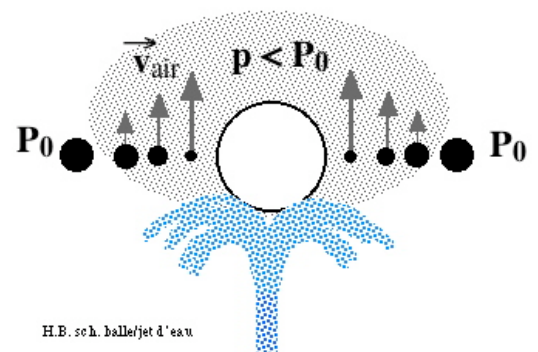
(Heindrich Gustav Magnus ~ 1850)

**Balle sur jet d'eau,...**

...

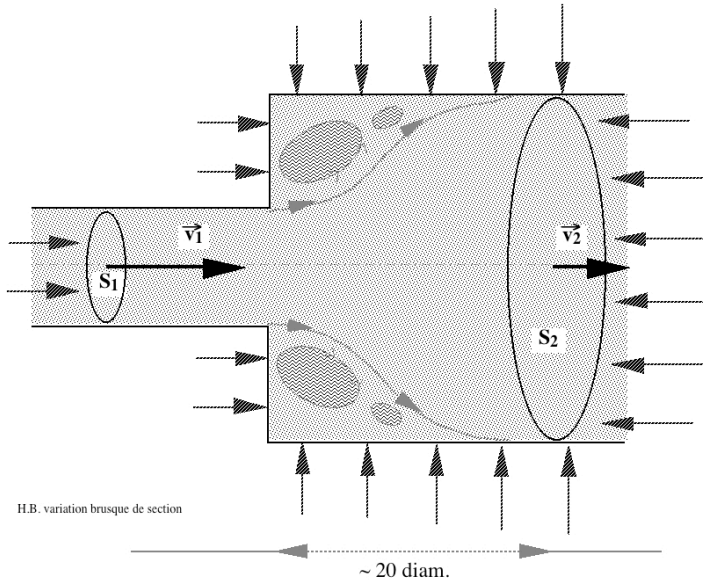
Autres exemples :

- sèche-cheveux + balle de tennis de table
- "jupe" et bas de caisse de voiture...
- appareil pour soulever des pièces de tissu,...
- toit emporté,...
- camion/voiture,...



H.B. sch. balle/jet d'eau

## LIMITES D'APPLICATION (variation brusque de section)



"Théorème" des  $q^{tés}$  de mouvement

"Axe quelconque: projection des forces extérieures s'appliquant à un fluide = différence des quantités de mouvement sortante et entrante par unité de temps suivant même direction"

$$F = m\gamma = \frac{d(mv)}{dt}$$

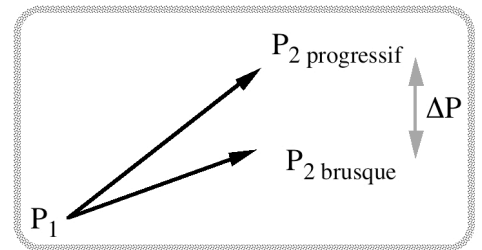
$$\begin{aligned} p_2 - p_1 &= \rho \cdot \frac{S_1}{S_2} v_1 (v_1 - v_2) = \rho \cdot v_2 (v_1 - v_2) \\ &= \rho \cdot \frac{S_1}{S_2} v_1 (v_1 - \frac{S_1}{S_2} v_1) \\ &= \rho \cdot v_1^2 \frac{S_1}{S_2} (1 - \frac{S_1}{S_2}) \end{aligned}$$

Si la section changeait progressivement (équation de Bernoulli)

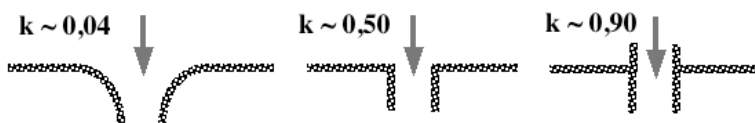
$$\frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 + p_2 \Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2)$$

Perte de pression due à la variation brusque

$$\begin{aligned} (p_2 - p_1)_{\text{progr.}} - (p_2 - p_1)_{\text{brusque}} &= \Delta p = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) - \rho \cdot v_2 (v_1 - v_2) \\ &= \dots = \frac{1}{2} \rho (v_1 - v_2)^2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 k \end{aligned}$$



Conclusion : l'énergie mécanique perdue est égale à l'énergie cinétique correspondant à la perte de vitesse (appelé quelquefois "théorème de Carnot")



Idem pour rétrécissement

...

Attention à la géométrie de la "jonction"

## EXTENSION AU CAS DES GAZ

Relation de Bernoulli ( $\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h + p$ ) établie stricto sensu pour les fluides *incompressibles*.

Or, pour les gaz (fluides compressibles):

- conditions normales:
- plupart d'entre eux:

$$\begin{aligned} p &\approx 10^5 \text{ Pa} \\ \rho &\sim 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \end{aligned}$$

pour que  $\frac{1}{2} \rho \cdot v^2$  soit du même ordre de grandeur que  $p \implies v \sim 450 \text{ m/s}$

pour que  $\rho \cdot g \cdot h$  soit du même ordre de grandeur que  $p \implies h \sim 10^4 \text{ m}$

...

Dans un large domaine de valeurs, le théorème de Bernoulli est encore applicable aux gaz

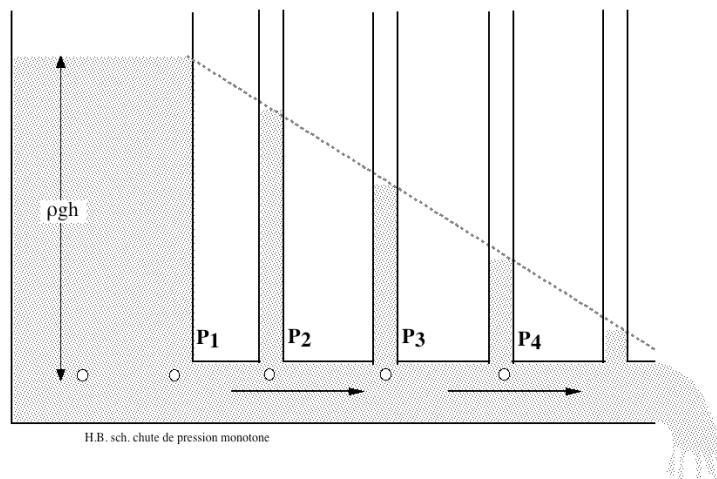
# DYNAMIQUE DES FLUIDES VISQUEUX

La pression n'est *pas* invariante !

Chute de pression monotone. Ce phénomène est dû aux **forces de frottement** consécutives à l'écoulement laminaire dans le tube horizontal.

...

Ces forces de frottement se nomment **forces de viscosité** dans le cas des fluides.



H.B. sch. chute de pression monotone

## VISCOSITÉ : PHÉNOMÈNE MACROSCOPIQUE

Accès sensoriel : la viscosité se remarque aisément...

*Résistance* : mobiles dans l'air ; corps qui tombe ; organisme vivant dans l'eau ; particules en suspension dans un liquide ; main à la fenêtre d'une voiture,...

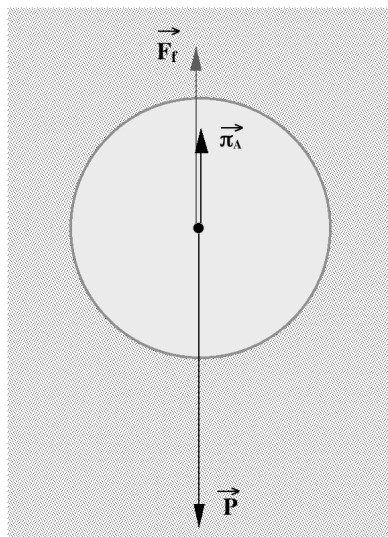
"Force musculaire" : ...

...

"Force mécanique" : ...

...

### Chute libre dans un fluide visqueux



H.B. sch viscosité macroscopique

3 forces agissent : 1) poids 2) poussée d'Archimède 3) frottement

A **faible vitesse**, force de viscosité :  $\mathbf{F} = -\mathbf{K} \cdot \eta \cdot \mathbf{v}$

$\mathbf{K}$  coefficient géométrique (en m) dépendant de la forme du corps  
 $\eta$  coefficient de viscosité (en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \text{Pa} \cdot \text{s}$ )

(on utilise aussi le *poise* qui vaut  $10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ )

...

Sphère de rayon  $R$  :  $\mathbf{K} = 6\pi\mathbf{R}$  (loi de Stokes)

Disque de rayon  $R$  :  $\mathbf{K} \sim 16\mathbf{R}$  (déplacement /face) OU  $\mathbf{K} \sim 11\mathbf{R}$  (/tranche)

$$m\gamma = mg - \pi_A - F_f \quad \text{soit} \quad m \frac{dv}{dt} = mg - V \cdot \rho_{\text{fluide}} \cdot g - \mathbf{K} \cdot \eta \cdot \mathbf{v}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\mathbf{K} \cdot \eta}{m} \cdot \mathbf{v} = g \left(1 - \frac{V \cdot \rho_{\text{fluide}}}{m}\right) = g \left(1 - \frac{\rho_{\text{fluide}}}{\rho_{\text{corps}}}\right) \quad \text{équation différentielle en } v$$

$$(v' + Av = B)$$

...  
...

$$v = \frac{mg}{K\eta} \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_c}\right) \left[1 - e^{-\frac{K\eta}{m} \cdot t}\right]$$

$t \rightarrow \infty$ , exp.  $\rightarrow 0 \Rightarrow$  vitesse limite  $v_L$

Dans le cas d'une sphère :  $K = 6\pi R$  ;  $m = \rho_c \frac{4}{3} \pi R^3$

$$\Rightarrow v_L = \frac{2gR^2}{9\eta} (\rho_c - \rho_f) \propto R^2 \quad \text{i.e.} \quad v_L \propto m^{2/3}$$

### Quelques valeurs de $\eta$ , coefficient de viscosité, à 15°C

#### a) Gaz : $\eta$ augmente faiblement quand la $t^\circ$ augmente

(viscosité  $\sim$  constante [variation < 10%] entre 0°C et 40°C, domaine biologique)

air .....	1,7 .10 <sup>-5</sup> Pa.s	(1,8.10 <sup>-5</sup> à 20°C)
azote .....	1,65.10 <sup>-5</sup> Pa.s	
gaz carbonique ..	1,4 .10 <sup>-5</sup> Pa.s	
hydrogène .....	0,85.10 <sup>-5</sup> Pa.s	(0,9.10 <sup>-5</sup> à 20°C)

#### b) Liquides : $\eta$ baisse fortement quand la $t^\circ$ augmente

(forces d'attraction intermoléculaires diminuent quand la  $t^\circ$  augmente)

eau .....	1,14.10 <sup>-3</sup> Pa.s	(1,0.10 <sup>-3</sup> à 20°C)
alcool .....	1,30.10 <sup>-3</sup> Pa.s	
mercure .....	1,60.10 <sup>-3</sup> Pa.s	(1,5.10 <sup>-3</sup> à 20°C)
kérosène .....	1,83.10 <sup>-3</sup> Pa.s	
glycérine .....	1300 .10 <sup>-3</sup> Pa.s	(800.10 <sup>-3</sup> à 20°C)

### Pas de loi *unique* du frottement fluide

Goutte d'eau, de rayon  $r$ , en chute libre dans l'air (à 20°C)

--  $r = 10^{-6}$  m  $\Rightarrow$  vitesse de  $1,2 \cdot 10^{-4}$  m.s<sup>-1</sup> soit  $\sim 43$  cm à l'heure

--  $r = 1$  mm  $\Rightarrow v = 120$  m.s<sup>-1</sup> soit ...  $\sim 430$  km.h<sup>-1</sup> !

Ne correspond *pas du tout* à la réalité de la vitesse des gouttes de pluie (quelques m.s<sup>-1</sup>).

"Stokes" ( $F = 6\pi R\eta \cdot v$ ) n'est plus valable.

Au moins deux *lois différentes* fonction de  $v$ , vitesse, et  $L$ , dimension caractéristique du mobile.

Force de résistance *visqueuse* aux *petites* vitesses:  $F \propto \eta \cdot v \cdot L$

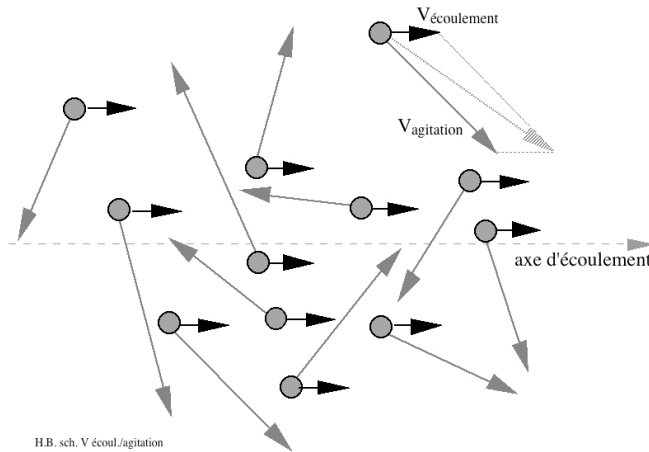
Coefficient de proportionnalité prend en compte la forme du corps.

"Petites vitesses" (en m.s<sup>-1</sup>) :  
pour l'eau  $v < 5 \cdot 10^{-4} / L$   
pour l'air  $v < 75 \cdot 10^{-4} / L$   
pour  $\approx$  miel  $v < 1 / L$

Force de résistance *turbulente* aux grandes vitesses:  $F \propto \rho \cdot v^2 \cdot L^2$

Viscosité passe au 2<sup>ème</sup> plan ; masse volumique devient le paramètre le plus important. Lorsque la vitesse augmente encore, la force de frottement augmente comme une puissance (de la vitesse)  $> 2$

# VISCOSITÉ : PHÉNOMÈNE MICROSCOPIQUE



H.B. sch. V écoul./agitation

Écoulement d'un fluide à l'intérieur d'un cylindre.

Origine forces de viscosité : échange de *quantité de mouvement* (impulsion) entre les différentes "strates" en train de s'écouler.

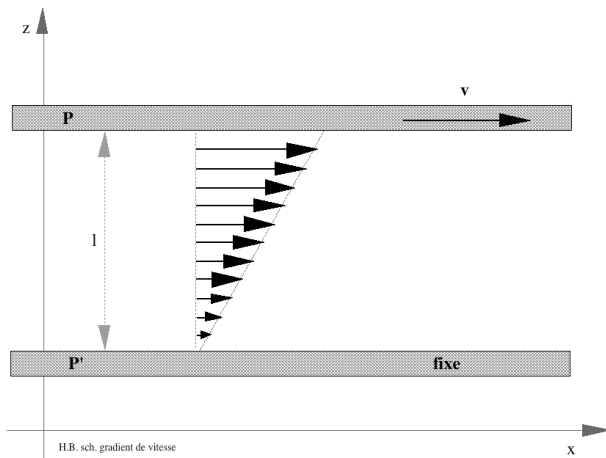
...

Air à température ambiante, pour une brise légère :  
 $V_{\text{écoulement}} \sim 1 \text{ m.s}^{-1}$      $V_{\text{agitation}} \sim 460 \text{ m.s}^{-1}$  ( $> V_{\text{son}}$ )

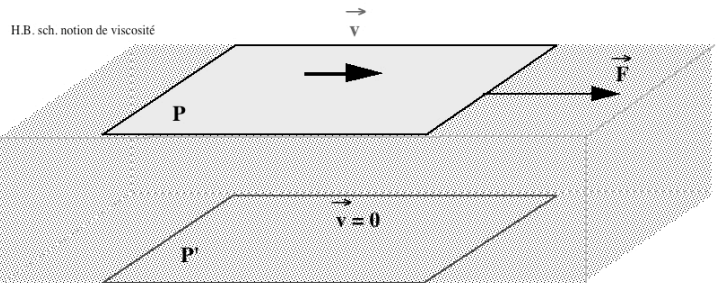
L'*agitation thermique* entretient entre les diverses parties d'un fluide un *équilibre statistique* qui assure son *homogénéité*.

Fluide entre plans P et P' //,  
 surface grande / écartement t;  
 P' fixe ; P peut se déplacer // P'

Une force est nécessaire pour déplacer P à  
 vitesse constante  
 ==> il existe un processus *dissipatif*.



H.B. sch. gradient de vitesse



H.B. sch. notion de viscosité

Il existe un *gradient de vitesse*.

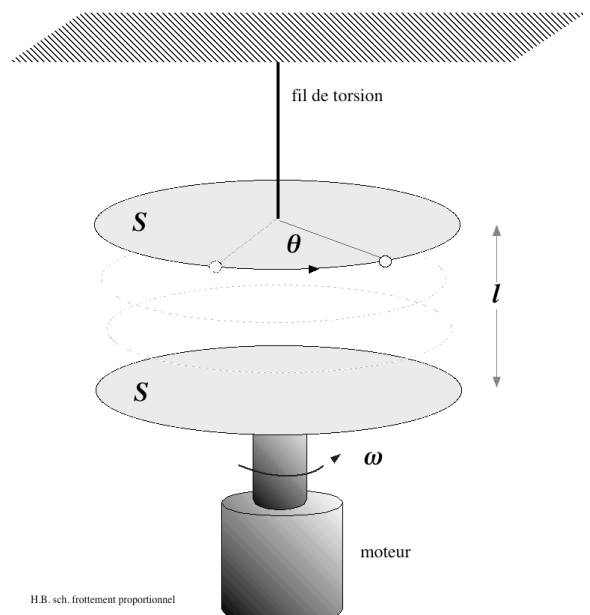
...  
 ...

La force de rappel est égale et opposée à la force de frottement F

Or, cette force de rappel est  $\propto \theta$

==> "mesure" de  $F_{\text{frottement}}$  via l'angle  $\theta$

...  
 ...  
 ...



H.B. sch. frottement proportionnel

"Loi fondamentale des fluides visqueux"

Dans un fluide réel en mouvement, s'exercent des forces de frottement

dues à sa viscosité :  $F = \eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dz}$

Les fluides vérifiant cette relation ( $\eta$  constant pour P et t° données) sont dits *newtoniens* ; il s'agit des liquides et gaz constitués de corps purs et homogènes. Cette propriété n'est plus vraie pour des mélanges complexes qui peuvent présenter des comportements curieux et qui sont dénommés *fluides non newtoniens*.

- Corps "plastiques"

...  
- Corps "épaississants" ou "fluidifiants".

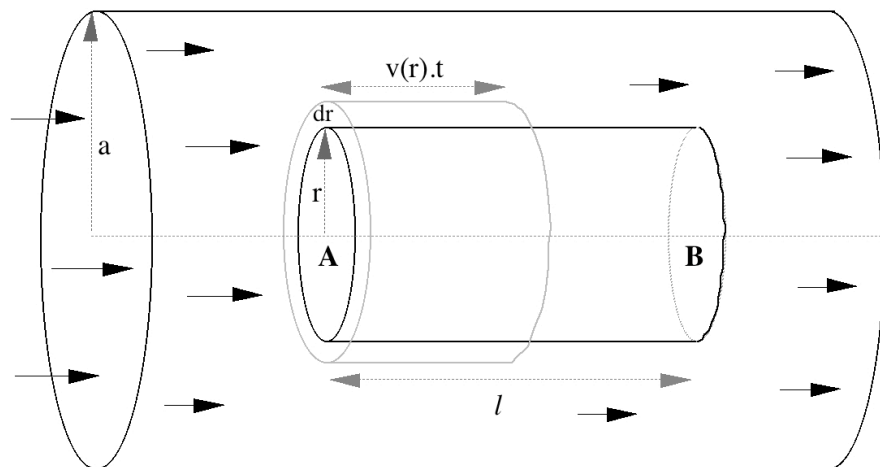
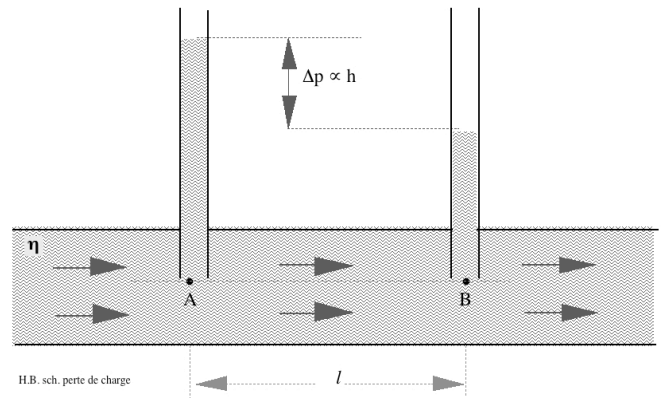
... (Marche sur un liquide (cf. Zététiq),... ; Maizena™ ; Ketchup ; Mélange thixotropique miraculeux ;...)

LOI DE POISEUILLE (tubes étroits)

...  
...

$\Delta p$  = chute de pression entre A et B due à la seule viscosité = "perte de charge"

$$\frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g h_A + p_A = \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g h_B + p_B + \Delta p$$



$$F_{\text{pression/Ox}} = (p_A - p_B) \cdot \pi r^2$$

$$F_{\text{frottement/Ox}} = F_{\text{fx}} = \eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dr}$$

$$= \eta \cdot 2\pi r \cdot l \cdot \frac{dv}{dr}$$

Cylindre en équilibre  
 $\implies F_{\text{px}} + F_{\text{fx}} = 0$

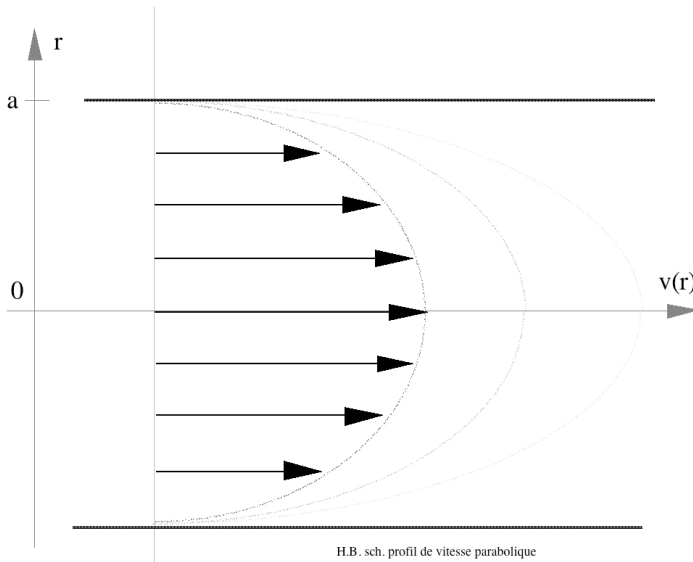
...  
 $\implies v(r) = - \frac{(p_A - p_B)}{4\eta \cdot l} r^2 + C$

Loi de Poiseuille

Dans un tuyau cylindrique étroit de rayon a, la vitesse d'écoulement d'un fluide visqueux

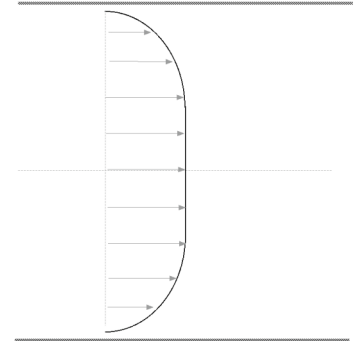
varie en fonction de la distance r à l'axe du tuyau :  $v(r) = \frac{(p_A - p_B)}{4\eta l} (a^2 - r^2)$

**Profil de vitesse** dans un plan quelconque contenant l'axe du cylindre



$$v_{\max} (\text{centre}) = \frac{(P_A - P_B)}{4\eta l} a^2$$

Non applicable stricto sensu pour tubes "larges"



**Débit**

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^a dQ = \int_0^a 2\pi r \cdot v(r) \cdot dr = \int_0^a 2\pi r \cdot \frac{(P_A - P_B)}{4\eta l} (a^2 - r^2) \cdot dr \\ &= \pi \cdot \frac{(P_A - P_B)}{2\eta l} \int_0^a r(a^2 - r^2) \cdot dr = \pi \cdot \frac{(P_A - P_B)}{2\eta l} (a^2 [\frac{r^2}{2}]_0^a - [\frac{r^4}{4}]_0^a) \end{aligned}$$

"Loi de Poiseuille" (comme précédemment)

**Le débit d'un fluide visqueux dans un tube étroit de rayon a est :  $Q = \frac{\pi(P_A - P_B)}{8\eta l} a^4$**

**Vitesse moyenne**

$$\bar{v} = \frac{1}{S} \int v \cdot dS = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a v(r) \cdot 2\pi r \cdot dr = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a dQ = \frac{Q}{\pi a^2}$$

$$\implies \bar{v} = \frac{(P_A - P_B)}{8\eta l} a^2 = v_{\max} / 2$$

(ou  $Q = S \cdot v_{\text{moyenne}} \implies v_{\text{moyenne}}$ )

## APPLICATIONS

-- **Tuyau horizontal**, longueur AB = 31 m, diamètre = 20 mm, débite à l'air libre 0,5 litre.s<sup>-1</sup> à travers un orifice terminal de section  $S_B = 0,5 \text{ cm}^2$

- 1) En négligeant la viscosité de l'eau, quelle est la pression  $p_A$  de l'eau au robinet ?
- 2) Si l'on tient compte de cette viscosité  $\eta = 1.10^{-3} \text{ Pa.s}$ , quelle pression supplémentaire  $\Delta p$  faut-il exercer au niveau du robinet ?

- 1)  $p_A \approx 1,5.10^5 \text{ Pa}$       ( $P_0 + 0,4875.10^5$ )      2)  $\Delta p = 0,04.10^5 \text{ Pa}$

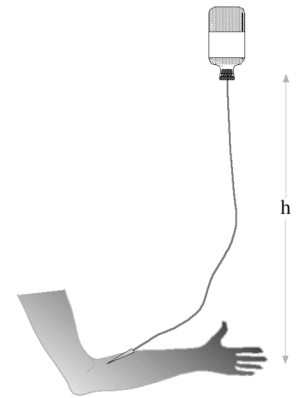
-- **Accident sur la Lune** ( $g_{Lune} = 1,6 \text{ m.s}^{-2}$ ) : besoin d'une transfusion sanguine. On utilise un matériel consistant en

- **flacon** de sang,  $\eta_{sang} = 31,4 \cdot 10^{-4} \text{ Pa.s}$  ;  $\rho_{sang} \approx 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- **tuyau**, diamètre suffisant pour négliger la perte de charge due à la viscosité
- **aiguille**, diamètre intérieur 0,2 mm et longueur 0,8 cm .

1) Pour un débit  $Q$  de  $3 \text{ cm}^3.\text{mn}^{-1}$ , quelle est la diminution de pression due à la viscosité dans l'aiguille ?

2) Pression du sang  $P_{veine} = 0,7 \cdot 10^3 \text{ Pa}$  /extérieur.

Pour une transfusion flacon --> homme, à quelle hauteur  $h$  au-dessus du bras faut-il placer le flacon ? (sans tenir compte de la hauteur de sang dans le flacon)



1)  $\Delta P_{aiguille} = 0,32 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

2)  $\rho_{sang} \cdot g_{Lune} \cdot h - \Delta P_{aiguille} > P_{veine} \implies h > 20 \text{ m}$  (20,44)

Changer de matériel (sinon "don" de sang au lieu de "transfusion" !)

## NOTION DE RÉGIME TURBULENT

...

...

Écoulements *turbulents* :  
présentent une étroite  
dépendance / temps

...

Nombre de Reynolds :

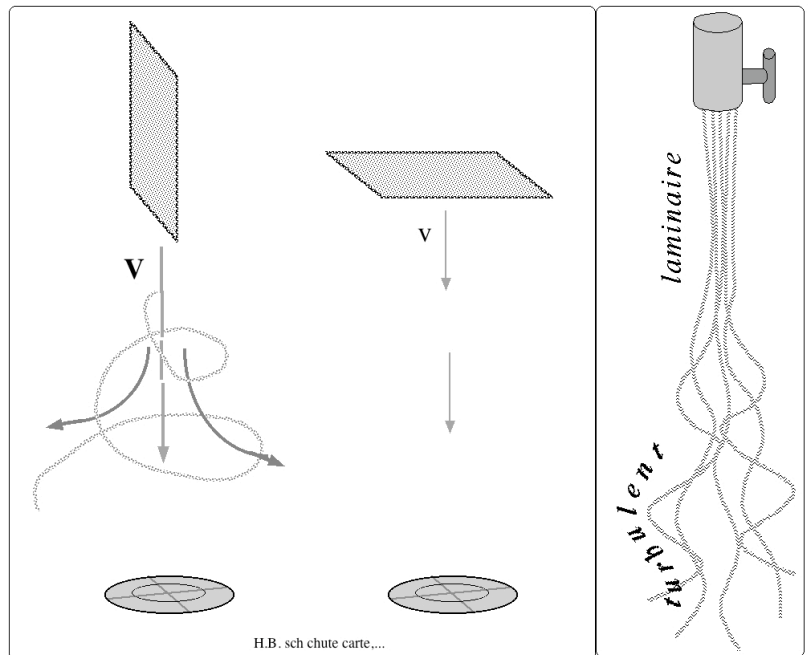
rapport (sans dimension)  $R = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\eta}$

$\rho$  : masse volumique du fluide

$\eta$  : viscosité du fluide

$v$  : vitesse de l'écoulement

$d$  : dimension linéaire caractéristique de l'objet ou de la section du fluide



**Le passage d'un régime *laminare* à un régime *turbulent* se fait lorsque le nombre de Reynolds  $R = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\eta}$  est compris entre 1000 et 2000 (ordre de grandeur)**

Ordre de grandeur  $R < 1000$ , régime *laminare*

Ordre de grandeur  $R > 2000$ , régime *turbulent*

zone de transition, autour de  $R_{critique} = 1500$



---

**Ouvrages généraux ayant servi à l'élaboration du cours "Mécanique des Fluides"**

- collectif (1971), "*La Physique*", éd. CEPL, Paris, Dictionnaires du Savoir Moderne
- collectif (1974), "*Nouveau manuel de l'Unesco pour l'enseignement des sciences*", Les Presses de l'Unesco, Paris
- collectif (1981), "*Guide de l'Unesco pour les professeurs de sciences*", Les Presses de l'Unesco, Paris
- AFNOR collectif (1995), "*Grandeurs et unités*", recueil de normes françaises, 5ème édition, AFNOR, Paris
- ALONSO M., FINN E. (1970), "*Physique générale*", éd. Renouveau Pédagogique, Montréal
- ANGELA P., ANGELA A. (1996), "*The extraordinary story of life on Earth*", Prometheus Books, Buffalo
- d'ARCY THOMPSON (1994), "*Forme et croissance*" (vers. abrégée de "*On growth and Form*", éd. 1917), Seuil-CNRS, Paris
- AUDOYE P. (1992), "*Mécanique des fluides*", Masson, Paris
- BARKER J.A., HENDERSON D. (1982), "*La matière à l'état fluide*", Pour la Science N° 51
- BOUYSSY A., DAVIER M., GATTY B. (1987), "*Physique pour les sciences de la vie*" (t. 1 et 2), collection "Dia", Belin, Paris
- **BROCH H. (2006)**, "*Gourous, Sorciers et Savants*", éd. Odile Jacob, Paris  
(L'illustration de couverture du présent résumé de cours est tirée de cet ouvrage)
- CANDEL S. (1995), "*Mécanique des Fluides*" (tomes 1 et 2 cours et problèmes résolus), Dunod, Paris
- DAUDEL R. (1981), "*Vision moléculaire du monde*", éd. Hachette-CNRS, Paris, collection "Liaisons Scientifiques"
- DUPONT B., TROTOGNON J.P. (1995), "*Unités et Grandeurs*", éd. Nathan, Paris, collection "Etapas"
- GILES R.V., EVETT J.B., LIU C. (1995), "*Mécanique des fluides et hydraulique*", McGraw-Hill, Paris
- GUINIER A. (1980), "*La structure de la matière*", éd. Hachette-CNRS, Paris, collection "Liaisons Scientifiques"
- KITAIGORODSKI A. (1984), "*La Physique à la portée de tous*" (t. 3 et 4), Mir, Moscou (pour t. 1-2, cf Landau et Kitaïgorodski)
- KUHN K.F., FAUGHN J.S. (1980), "*Physics in your world*", Saunders Philadelphie, Golden Sunbrust series
- LACHNITT J. (1969), "*La mécanique des fluides*", éd. PUF, Paris, collection "Que sais-je?"
- LANDAU L., LIFCHITZ E. (1971), "*Mécanique des Fluides*", éd. Mir, Moscou
- LANDAU L., KITAIGORODSKI A. (1984), "*La Physique à la portée de tous*" (t. 1 et 2), Mir, Moscou (t. 3-4, cf Kitaïgorodski)
- LUMBROSO H. (1994), "*Problèmes résolus de mécanique des fluides*", Dunod, Paris
- MATHIEU J.P., KASTLER A., FLEURY P. (1991), "*Dictionnaire de Physique*", Masson-Eyrolles, Paris
- PÉRELMAN Y. (1987), "*La Physique récréative*", éd. Mir, Moscou
- RUHLA C. (1989), "*La Physique du hasard*", éd. Hachette-CNRS, Paris, collection "Liaisons Scientifiques"
- **VASILESCU D., BROCH H. (1977)**, "*Mécanique et Statique et Dynamique des Fluides*", éd. Bréal, Montreuil, collection "Physique", tome 3